

## Eine 65-kW-Röntgenanlage für strahlenbiologische Untersuchungen.

Von OTTO HEUSE.

(Aus dem Max-Planck-Institut für Biophysik in Frankfurt/Main, Direktor: Prof. Dr. B. RAJEWSKY.)

Mit 1 Textabbildung.

(Eingegangen am 20. April 1953.)

### Einleitung.

Im Bereich der experimentellen Schranken auf dem heute so wichtigen Gebiet der Biophysik — der Erforschung der Wirkung ionisierender Strahlen auf biologische Systeme — lag bei den bisherigen Untersuchungen die Tatsache, daß zur Erzielung vieler biologischer Effekte große Dosen erforderlich sind, so daß es wegen der relativ geringen Leistungsfähigkeit der üblichen Röntgenquellen notwendig war, sehr lange Bestrahlungszeiten anzuwenden. Da die Lebensvorgänge in den Zeiträumen weiterlaufen, ergibt es sich, daß die primären Effekte durch die Folgeeffekte überdeckt werden. Dadurch wird eine Analyse des Verlaufes der Strahlenwirkung erschwert und oft praktisch unmöglich gemacht.

Um diese Schwierigkeit zu überwinden, hat B. RAJEWSKY bereits im Jahre 1939 die Entwicklung einer Röntgenanlage besonders hoher Leistung im Max-Planck-Institut für Biophysik in Frankfurt am Main begonnen. Die für die Hochspannungsanlage erforderlichen Transformatoren und die Planung der Anlage selbst waren 1941/42 fertig. Die Konstruktion der Röntgenröhre mußte aus kriegsbedingten Gründen unterbrochen werden. Sie wurde 1949 wieder aufgenommen und 1951 zum Abschluß gebracht.

### Das Problem der Anodenkühlung.

Das Hauptproblem bei der Konstruktion einer leistungsstarken Röntgenröhre ist das der Anodenkühlung, da im gebräuchlichen Spannungsbereich praktisch die gesamte zugeführte Energie in der Röhre in Wärme verwandelt. Soll eine solche Röhre im Dauerbetrieb geeignet sein, so erscheint es als die beste Lösung dieser Aufgabe, wenn man das bekannte Prinzip der Drehanodenröhre, oder allgemeiner gesagt, der Röhre mit bewegter Anode, so anwendet, daß die Anode von einer Kühlflüssigkeit durchspült wird. Dabei muß die Achse der Anode, welche das Kühlmedium führt, beweglich in den Hochvakuumbehälter eingeführt werden, ein in der Vakuumtechnik aus nicht unbekanntes Problem, welches nur in der Praxis erschwert wird, als relativ hohe Anodenumschaltzahlen erwünscht sind.

POHLE empfahl 1928 die Anwendung eines beweglichen Tombakschlauches [1]. Dieses Hilfsmittel wurde 1930 von J. DU MONT u. M. [2] bei einer 30-kW-Röhre, 1932 von HOSEMANN [3] und 1943 von STRAUMANIS [4] in kleineren Anlagen angewandt. Es eignet sich allerdings nur teilweise aus geometrischen Gründen nicht so zur Verwendung eines Strichfokus, da die endgültige Anodenbewegung nicht einen Kreislauf, sondern eine Art von „Taubelbewegung“ darstellt. Das Prinzip hat aber den Vorteil, daß es grundsätzlich auch bei abgeschmolzenen Röhren angewandt

werden kann, während die im Folgenden beschriebenen Röhrentypen als „offene Röhren“ ständig evakuiert werden müssen.

H. STINTZING schlug 1933 zur vakuumdichten Einführung der Achse einer Drehanodenröhre die Anwendung eines durch eine Feder entlasteten Schließes vor [5]. Mit Hilfe dieses Prinzips konstruierten FOURNIER u. M. [6] 1937 eine 10-kW-Röhre.

W. T. ASTBURY u. M. [7] dichteten 1934 die Drehachse einer Röntgenröhre mit Hilfe einer Quecksilbersäule der barometrischen Länge, auf deren vakuumseitigen Spiegel zur Unterdrückung des Quecksilberdampfes eine Schicht Vakuumöl aufgebracht war.

A. MÜLLER [8] entwickelte seit 1929 eine Dichtungsmethode, bei der er Ledermanschetten verwandte. Er beschrieb 1939 eine von ihm und R. E. CLAY [9] mit Hilfe dieses Prinzips konstruierte 50-kW-Röntgenanlage mit rotierender, durchspülter Anode. J. BECK [10] verwandte 1939 zur Dichtung der Anodenachse einer 10-kW-Röntgenröhre Hutmanschetten aus „Simrit“.

Theoretische Analysen des Wärmeleitungsproblems durchspülter, bewegter Anoden sind u. a. von A. BOUWERS [11], W. J. OOSTERKAMP [12] und J. DU MONT [13] durchgeführt worden.

### Die 65-kW-Röntgenröhre.

Wie aus dieser historischen Betrachtung zu ersehen ist, ist für die Konstruktion einer stromstarken Röntgenröhre schon beträchtliche Vorarbeit geleistet worden. Allerdings handelte es sich meistens nicht um Röhren ganz großer Leistung, wenn wir von der außerordentlich schweren Anlage von MÜLLER und CLAY absehen. Auf der anderen Seite muß gesagt werden, daß diese Röhren, — außer der Taubel-anodenröhre von DU MONT u. M., welche medizinischen Zwecken diente, — für röntgenkristallographische Untersuchungen bestimmt waren und daher ein Strichfokus hoher Flächenhelligkeit gefordert wurde. Es bestand also bei ihnen neben dem Problem der Ableitung der Wärme aus dem Anodenkörper das weitere Problem der Ableitung der Wärme aus dem engeren Bereich des Fokus.

Für strahlenbiologische Untersuchungen besteht hier eine größere Freiheit. Ein punkt- oder ein strichförmiger Fokus wird im allgemeinen nicht gefordert.

Es ist im Gegenteil nach B. RAJEWSKY erwünscht, den Fokus so groß zu gestalten, daß bei kleinem Fokus-Objekt-Abstand nicht das quadratische, sondern ein annähernd lineares Abstandsgesetz Gültigkeit hat. Dies bietet bei der Bestrahlung dickerer Objekte den Vorteil einer homogenen Strahlenverteilung. Der Vorteil eines relativ großen Brennfleckes bringt auf der anderen Seite den bautechnischen Nachteil mit



sich, daß ein entsprechend großes Strahlenaustrittsfenster benötigt wird, welches, da es sich sehr nahe am Fokus befindet, beträchtlich erwärmt wird.

Besonders dieser Gesichtspunkt, sowie die Konstruktion einer geeigneten Kathode zur Erzeugung eines entsprechend großen und hinreichend homogenen Brennfleckes, führte beim Bau unserer Röntgenröhre zu speziellen Entwicklungen.

Die von uns entwickelte Hochleistungsrontgenröhre ist auf Abb. 1 halbschematisch dargestellt. Ihre Anode befindet sich in einem Gehäuse von Stahl. Sie besteht aus einem Teller aus Kupfer, der einen Durchmesser von 21 cm hat und am Brennfleck 7 mm stark ist. Die Brennfleckfläche ist um 45 Grad gegen das Austrittsfenster geneigt, sie ist zur Erzielung einer möglichst hohen Strahlenausbeute mit einer Gold-

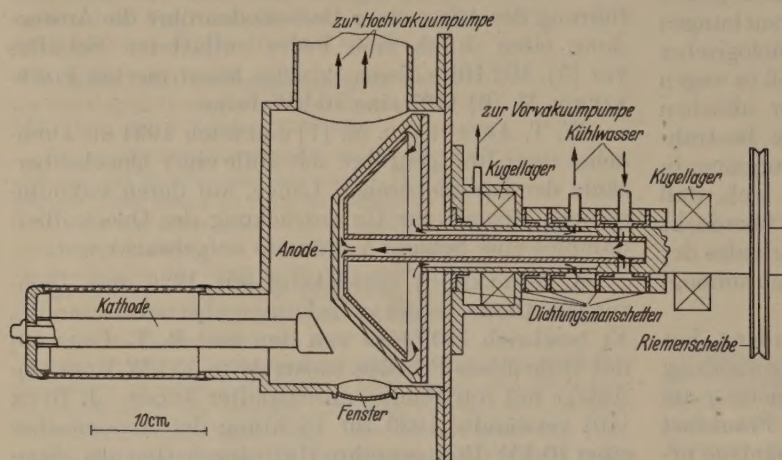


Abb. 1. 65-kW-Röntgenröhre mit durchspülter Drehanode.

schicht, in welcher die Elektronen gebremst werden, bedampft. Als Kühlmedium fließt in der Anode Wasser, welches durch einen Führungsteller so geleitet wird, daß keine „toten Räume“ entstehen können. Rückwärts ist die Anode durch einen Deckel mit Gummidichtung geschlossen. Zur Dichtung der drehbaren Durchföhrung verwandten wir wie J. BECK [10] Hutmanschetten aus Simrit, die sich in vielen hundert Betriebsstunden ausgezeichnet bewährten. Die Achse läuft in zwei Kugellagern mit 20 Umdrehungen in der Sekunde.

Der Kathodenkopf sitzt auf zwei konzentrischen Rohren, die als Zuföhrungen für den Heizstrom dienen. Der Wehneltzylinder ist in der Art gebaut, daß die Neigung der Vorderseite zum Zwecke der Fokussierung verstellt werden kann. Die Elektronen werden von einem Tantaldraht von 1 mm Durchmesser und 30 cm Länge emittiert, welcher schneckenförmig zu einem Teller aufgewickelt ist. Es sind verschiedene Vorrichtungen angebracht — sie sind auf der schematischen Abbildung nicht zu sehen — um die Fokussierung von außen durchzuföhren, ohne daß die Röhre geöffnet werden muß. Gewöhnlich arbeiten wir mit einem ovalen Brennfleck, welcher, vom Fenster aus gesehen, als runder Brennfleck von 4 cm Durchmesser erscheint.

Die Kathode ist durch einen Glaszylinder gegen das Röhrengehäuse, das auf Erdpotential liegt, isoliert. Die Stoßstellen zwischen Glaszylinder und Metallansätzen sind durch zwei Gummikragen vakuumdicht abgeschlossen.

Wegen der großen Erwärmung durch Wärmestrahlung und Sekundärelektronen war es notwendig, das Fenster sehr sorgfältig zu kühlen. Es ist aus drei Schichten hergestellt: auf der Vakuumseite befindet sich eine Scheibe Beryllium (1,5 mm dick), dann folgt eine Schicht fließenden Wassers (etwa 1 mm), welche gegen den Außenraum durch eine weitere Berylliumscheibe (0,5 mm dick) abgeschlossen ist.

Es war nicht möglich, die im Vakuum befindlichen Teile der Röntgenröhre aus Vakuummetall herzustellen oder sie in einem Hochfrequenzofen zu erwärmen. Ein sehr kräftiges Pumpenaggregat, dessen Endstufe eine Leybold-T-Pumpe ist, erlaubte es, die Röhre innerhalb relativ kurzer Zeit befriedigend gasfrei zu machen.

Zur Speisung der Röhre steht die von RAJEWSKY vorgesehene Hochspannungsanlage von 80 kW zur Verfügung. Die Umwandlung des Wechselstromes in pulsierenden Gleichstrom konnte mit den gebräuchlichen Hilfsmitteln nicht bewerkstelligt werden, da die normalen abgeschmolzenen Glühventile bei weitem zu schwach sind. MÜLLER und CLAY entwickelten in ihrer Zeit für ihre 50-k-W-Anlage offene Glühventile, die einzeln evakuiert wurden, und deren Elektroden je nach einer gesonderten Wasserkühlung versehen waren. Wir konnten jetzt einen einfacheren Weg beschreiten: Nachdem unsere Röhre zunächst ohne Gleichrichter, d.h. im sogenannten „Halbwellenbetrieb“, erprobt worden war, wurde der Werkstatt unseres Institutes an der Trockengleichrichtereinrichtung der AL-

ein Gleichrichteraggregat in Graetzschaltung hergestellt. Diese Anlage hat sich so gut bewährt, daß man annehmen möchte, daß das Trockengleichrichterprinzip auch im normalen Röntgenapparat Anwendung finden könnte. Hierfür spricht, daß der Trockengleichrichter keine besonderen Heizanlagen wie die Glühventile, benötigen, und daß sie, nach den Erfahrungen der Niederspannungstechnik, eine praktisch unbegrenzte Lebensdauer haben. Unsere Gleichrichteranlage ist jetzt seit 1½ Jahren in ständigem Betrieb und hat keinerlei Mängel gezeigt.

Für die Röntgenröhre werden maximal, nach Abzug der Verluste im Gleichrichter und den Transformatoren, 1,8 A effektiver Strom bei einer Effektivspannung von 36 kV entnommen. Das entspricht einer Leistung von etwa 65 kW. Die Spitzenspannung beträgt 51 kVs. Diese Werte gelten für Dauerbelastung.

#### Vorläufiges über die Dosisbestimmung.

Über die Messung der Dosisleistung der Röntgenanlage soll im einzelnen in einer gesonderten Veröffentlichung berichtet werden. Diese Aufgabe wurde von D. LANG in unserem Institut gelöst. Es sind besonders zwei Fragen von Wichtigkeit: einmal, wie groß ist die Energie, die in einem bestrahlten Objekt absorbiert wird, und dann, wie ist die Energieverteilung in dem bestrahlten Objekt?

Die zweite Frage wird auch häufig in der Physik gestellt werden: Ist die Strahlung hinreichend ha-



an von einer homogenen Verteilung der Energie  
objekt sprechen kann?

Man sollte meinen, daß diese Fragen in bekannter  
durch Dosismessungen und Absorptionsmessun-  
m Phantom etwa mit einer üblichen Weichen-  
Ionisationskammer geklärt werden könnten.  
Es geht sich aber, daß bei der großen erzeugten Dosis-  
leistung in den üblichen Ionisationskammern mit  
hohen Ionisationen zu rechnen ist, sofern man die  
Erregung notwendige Feldstärke herstellt. Hier-  
mit stellt sich die interessante Frage auf, ob es prin-  
zipiell gestattet ist, die Maßeinheit, das „Röntgen“,  
anzuwenden, wenn es meßtechnisch nicht mög-  
lich ist, in diesem Bereich diese Größe vorschritts-  
mäßig — bei Sättigung, unter Ausschaltung der  
Effekte — zu messen.

RAJEWSKY hat deshalb veranlaßt, daß ein Ver-  
fahren entwickelt wurde, nach dem der aus dem  
Fenster heraustretende Energiefluß ( $W/cm^2$ )  
direkt gemessen wird, ein Verfahren, welches  
von der normalen Röntgenröhre wegen der geringen  
Leistung der Strahlung große Schwierigkeiten ver-  
ursacht. Man kann auf diesem Wege auch unmittel-  
bar in einem biologischen Objekt absorbierte  
Dosis messen, indem man die Messung einmal mit,  
einmal ohne Objekt durchführt und die Energie-  
differenz bildet. Führt man dagegen Filtermessungen  
durch und sind die Absorptionskoeffizienten des  
Materials bekannt, so kann man rechnerisch die  
Dosis und reduzierte Wellenlänge der Strahlen und  
Dosisleistung ermitteln.

Das vorläufige Ergebnis der Messungen, die D.  
nach dem vorher erwähnten Verfahren durch-  
geführt wurden, wollen wir mitteilen, daß bei voller Leistung  
der Röntgenröhre unter Verwendung des oben be-  
zeichneten Fensters in 8 cm Fokusabstand die Dosis-  
leistung der Strahlung etwa 800 000 r/min beträgt. Es  
ergibt sich hierbei eine Halbwertschicht in Wasser  
von 0,3 mm.

### Schluß.

Wenn die Röntgenanlage in dieser Form auf Grund  
des relativ großen Brennfleckes nur zur Lösung einer  
biophysikalischen und wohl auch einiger che-  
mischer und technischer Probleme geeignet er-  
scheint, so soll an dieser Stelle noch einmal auf  
die großen Möglichkeiten offener Röntgenröhren mit  
durchspülter Drehanode zur Erzielung eines Punkt-  
strahlengewisses werden, eines Punktfokus, dessen  
Helligkeit im Dauerbetrieb nahezu das hun-

dertfache der Flächenhelligkeit der sonst gebräuch-  
lichen Röntgenröhren betragen kann. Eine große An-  
zahl von Problemen der Kristallstrukturanalyse kann  
mit den üblichen Apparaten wegen der langen Be-  
leuchtungszeiten kaum gelöst werden. Man denke z. B.  
an die Untersuchungen von Kristallumwandlungen.  
Aber auch in der medizinischen Diagnostik könnten  
Röhren dieser Bauart auf dem Wege zum Ideal der  
punktförmigen Strahlenquelle einen beträchtlichen  
Fortschritt bedeuten.

### Zusammenfassung.

Nach einer geschichtlichen Betrachtung über die  
verschiedenen Lösungen des Problems der Anoden-  
kühlung bei Röntgenröhren wird eine Röntgenanlage  
hoher Leistung beschrieben. Den Hauptteil der Anlage  
stellt eine Röntgenröhre mit durchspülter Drehanode  
dar, welche mit 20 Umdrehungen in der Sekunde  
umläuft. Die Röhrenleistung beträgt 65 kW. Zur  
Erzeugung des pulsierenden Gleichstromes werden  
Trockengleichrichter verwandt. Die Dosisleistung der  
Röhre beträgt im Dauerbetrieb in 8 cm Fokusabstand  
etwa 800 000 r/min.

Diese Arbeit gibt im wesentlichen den Inhalt einer  
Doktordissertation wieder, welche in den Jahren 1948  
bis 1951 auf Veranlassung und unter Leitung von  
Herrn Prof. Dr. B. RAJEWSKY im Max-Planck-  
Institut für Biophysik in Frankfurt/Main durchge-  
führt wurde. Herrn Prof. RAJEWSKY möchte ich an  
dieser Stelle meinen herzlichen Dank für seine große  
Hilfe aussprechen.

**Literatur:** POHL, E.: Intern. Rad. Kongr. Stockholm  
1928. — [2] DU MOND, J. W. M. und J. P. YOUTZ: Rev. Sci.  
Instr. 8, 291 (1937). — [3] HOSEMAN, R.: Zs. techn. Phys.  
20, 203 (1939). — [4] STRAUMANN, M.: Zs. f. Phys. 47, 120  
(1943). — [5] STINTZING, H.: Erg. techn. Rö-Kde. 3, 98 (1933).  
STINTZING, H. und M.: Zs. f. Metallwt. 20, 45 und 469, (1941);  
21, 280 (1942). — [6] FOURNIER, GONDET und MATHIEU: Journ.  
Phys. Rad. 8, 160 (1937). — [7] ASTBURY, W. T. und R. P. PRE-  
STON: Nature 133, 460 (1934). — [8] MÜLLER, A.: Nature Lon-  
don 124, 460 (1929); Proc. Roy. Soc. London 125, 507 (1929);  
132, 646 (1931). — [9] MÜLLER, A. und R. E. CLAY: Journ.  
Inst. El. Eng. 84, 261 (1939). — [10] BECK, J.: Phys. Zs. 40, 474  
(1939). — [11] BOUWERS, A.: Fortschr. 40, 284 (1929). —  
[12] OOSTERKAMP, W. J.: Diss. Delft (1939); Philips Res. Rep.  
3, 49 (1948); 3, 161 (1948); 3, 303 (1948). — [13] DU MOND,  
J. W. M., B. B. WATSON und B. HICKS: Rev. Sci. Instr. 6,  
183 (1935).

Dr. OTTO HEUSE,  
Max-Planck-Institut für Biophysik,  
Frankfurt/Main.

## Über eine Verbesserung des plastischen Druckversuches durch aufgezwungene Gleitreibung.

Von ERNST MÖNCH, München.

(Aus dem Mechanisch-technischen Laboratorium der Technischen Hochschule München.)

Mit 8 Textabbildungen.

(Eingegangen am 28. April 1953.)

Während der Untersuchung der Materialeigen-  
schaften von Zelluloid für den plastischen spannungs-  
versuch hat der Verfasser ein neuartiges  
Gerät des Druckversuchs erprobt, das die be-  
stehenden Mängel dieses Versuches weitgehend auszu-  
gleichen gestattet. Es kann auch auf Metalle ange-  
wandt werden. Der Grundgedanke der neuen Methode

düfte, über ihren Spezialzweck in der Material-  
prüfung hinaus, von allgemeinem Interesse sein.

### 1. Zweck der Versuche.

Von verschiedener Seite bemüht man sich gegen-  
wärtig die spannungsoptischen Modellversuche zur  
Untersuchung ebener Spannungszustände auf das



plastische Gebiet auszudehnen. Dies ist grundsätzlich möglich durch Verwendung solcher durchsichtiger Kunststoffe als Modellmaterial, die plastische Eigenschaften ähnlich wie Metalle zeigen, z. B. Zelluloid. Bevor jedoch allgemeine Versuche möglich sind, müssen die Materialeigenschaften des Modellmaterials dadurch ermittelt werden, daß Messungen der mechanischen Eigenschaften, d. i. Spannung und Verformung, und des optischen Effekts an genau definierten gleichmäßigen Spannungszuständen durchgeführt werden. Die einfachsten derartigen Grundspannungszustände sind einachsiger Zug und Druck. Mit der Untersuchung der einachsigen Druckbeanspruchung, insbesondere von Zelluloid, beschäftigt sich die vorliegende Arbeit.

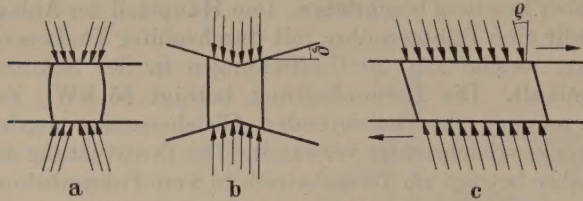


Abb. 1. Lastangriff beim Druckversuch (schematisch).  
a) gewöhnlicher Druckversuch, b) Kegelstauverfahren,  
c) mit Druckflächenverschiebung.

Der optische Effekt wird im Isochromatenbild beobachtet, das bei Durchleuchtung des belasteten Probekörpers durch polarisiertes Licht entsteht<sup>1</sup>. Im elastischen Gebiet sind die Isochromaten Linien konstanter Hauptspannungsdifferenz. Ihr ist die durch Abzählen zu ermittelnde „Ordnung“ der Isochromaten proportional. Im plastischen Gebiet dagegen hängt die Isochromatenordnung von der Spannung und von der Verformung ab. Die Verhältnisse sind verwickelter und noch wenig erforscht. Sie müssen erst durch Versuche der erwähnten Art untersucht werden. Soviel ist jedoch sicher, daß im gleichmäßigen Spannungszustand die Isochromatenordnung überall dieselbe sein muß. D. h. das Isochromatenbild muß im ganzen gleichmäßigen Bereich gleich hell oder gleich dunkel erscheinen. Das Isochromatenbild stellt also zugleich ein äußerst genaues Mittel dar, um die Gleichmäßigkeit des erzielten Spannungszustandes zu prüfen, da es sehr empfindlich gegen Ungleichmäßigkeiten ist. Andererseits werden jedoch, wenn der optische Effekt durch das Isochromatenbild gemessen werden soll, hohe Anforderungen an die Gleichmäßigkeit des zu erzeugenden Spannungszustandes gestellt, da die Ordnung nur einwandfrei festgestellt werden kann, wenn sie wirklich gleichmäßig in Erscheinung tritt.

## 2. Das Problem des gleichförmigen Spannungszustandes beim Druckversuch.

Die Schwierigkeiten, die der Verwirklichung einer reinen einachsigen Druckbeanspruchung entgegenstehen, sind bekannt. Drückt man einen prismatischen Körper zwischen zwei parallelen ebenen Platten (Abb. 1a), so verhindert die Reibung an den Druckflächen ganz oder zumindest teilweise die seitliche Ausdehnung des Materials an den Druckflächen. Die freie Oberfläche der Probe wölbt sich infolgedessen nach außen aus. Zu den angreifenden äußeren Spannungen

in Druckrichtung kommen die seitlichen Komponenten der Reibung hinzu, so daß die resultierenden äußeren Spannungen schräg nach innen gerichtet sind. Spannungs- und Verformungszustand sind auch nicht nähernd mehr gleichförmig.

Der gewöhnliche Druckversuch zwischen ebenen Platten gibt nur brauchbare Werte, wenn lediglich kleine, im wesentlichen elastische Verformungen kommen, wie bei Bestimmung der Druckfestigkeit spröder Werkstoffe. Dann kann man mit dem Verhältnis der Anfangswerte von Höhe zu Breite  $h_0/b_0$  bis zu 4 und höher gehen, ohne daß seitliches Ausweichen eintritt. Der Spannungszustand wird dann in der Mitte der Probe genügend gleichmäßig. Wesentlich plastischem Verhalten des Materials gegen kann man über ein Verhältnis  $h_0/b_0$  von kaum hinausgehen, ohne daß die Probe ausweicht, auch wenn die Druckflächen gut parallelgeführt sind. Bei solch geringer Höhe greift aber dann die Störung des Spannungszustandes schon wesentlich auf die gesamte Probe über, zumal  $h/b$  im Verlauf des Versuchs fortschreitend ungünstiger wird. Nun kann man allerdings durch Schmierung der Druckflächen die Reibstörung herabsetzen. Dadurch fällt aber zugleich stabilisierende Wirkung der Druckflächenreibung weg, so daß die Probenhöhe noch wesentlich verringert werden muß. Wie sich auch in der vorliegenden Arbeit zeigen wird, kann  $h_0/b_0$  dann höchstens nur zu 1,2 gewählt werden und der Spannungszustand wird dann trotz Schmierung beträchtlich ungleichmäßig.

Einen wesentlichen Fortschritt in der Technik des plastischen Druckversuches brachte das Kegelstauverfahren von SIEBEL und POMP [1, 2]. Hierbei hält die (zylindrische) Probe konische Endflächen, die durch gleichgeformte Konusse gedrückt werden. Die Neigung der Konusse ist gleich dem Reibungswinkel  $\rho$  (Abb. 1b). Durch diese Maßnahme erreicht man, daß die äußeren Spannungen, die ihrerseits den Reibungswinkel gegen die Druckfläche genügen, alle parallel zur Druckachse wirken.

Obwohl sich das Kegelstauverfahren gut bewährt hat, konnte sich der Verfasser aus verschiedenen Gründen nicht zu seiner Anwendung entschließen. Die konischen Endflächen der Probe müßten genau in den Konus der Druckstücke passen. Bei Kleinheit der verwendeten Proben hätte diese Übereinstimmung sehr schwer erreicht werden können. Ferner ist die Neigung der zu verwendenden Konusse von dem zu prüfenden Material und, wenn die Druckflächen geschmiert werden, auch vom Schmiermittel abhängig. Die Versuchsanordnung wäre also nicht allgemein verwendbar. Ein weiteres Bedenken ist, daß man beim Kegelstauverfahren in Kauf nimmt, daß die Verformungen ein wenig ungleichmäßig ausfallen, nämlich innen etwas größer als außen. Dies hätte die Gleichmäßigkeit der Beanspruchung und damit das zu erwartende optische Bild ungünstig beeinflusst.

Der vom Verfasser beschrittene Weg geht von Grundgedanken aus, daß möglich sein muß, auch planparallelen Druckflächen, die viel leichter herzustellen sind als konische, einen gleichförmigen Spannungszustand reinen einachsigen Drucks zu erhalten, wenn man während der Zusammendrückung Druckplatten quer zur Druckrichtung auf dem Pro-

<sup>1</sup> Wegen Einzelheiten über das spannungsoptische Verfahren muß auf die zitierten Bücher [3, 4] oder ähnliche Werke verwiesen werden.



er gleiten läßt, auf Ober- und Unterseite in entgegengesetzter Richtung (Abb. 1c). Dabei muß die Bewegungsgeschwindigkeit einer jeden der beiden Druckplatten gegen die Probe groß sein gegenüber den Geschwindigkeiten, mit denen sich die Punkte der Druckplatten der Probe infolge der Querdrehung senkrecht zur Bewegungsrichtung der Druckplatte verschieben.

Sind die Gleitgeschwindigkeiten überall praktisch parallel zur Horizontalbewegung der Druckplatte, so sind Infolgedessen sind auch die Reibungsrichtungen, die immer entgegen der Bewegungsrichtung der Druckplatte, parallel zur Bewegung der Druckplatte, somit allseitig gerichtet, im Gegensatz zum Fall a). Und aber auch überall gleich groß unabhängig davon, wie sich der Probekörper infolge der Querdehnung verbreitert, da bekanntlich die Gleitreibung in weiten Grenzen unabhängig von der Geschwindigkeit ist. Die aus den aufgebrachten Druckkräften und den Reibungskräften resultierenden Spannungen sind also, da beide Komponenten konstant nach Größe und Richtung sind, überall gleich groß und gleich gerichtet, ihre Neigung gegen die Normale ist der Reibungswinkel  $\varrho$  (s. Abb.). Gibt

man nun schließlich den seitlichen Begrenzungen des Probekörpers ebenfalls die Neigung  $\varrho$ , so tritt in allen Teilen nur auf reinen einachsigen Druck Anspruch. Senkrecht dazu wirken keinerlei Kräfte. Querdehnung kann daher in keiner Weise beobachtet werden.

Für die praktische Verwirklichung ist zu bedenken, daß eine bestimmte gleichbleibende Reibungszahl während des ganzen Stauchversuchs nie eingehalten werden kann, da sie mit dem Druck leicht veränderlich ist. Man wird also damit rechnen müssen, daß die Wirkung des Druckes zumindest zeitweilig nicht mit der Richtung der seitlichen Begrenzung der Probe übereinstimmt. Dies muß sich dann in einer Störung des Spannungszustandes äußern, die von den seitlichen Begrenzungen ausgeht. Der Einfluß dieser Störung wird umso geringer sein, je kleiner der Probekörper ist. Die Verwendung ziemlich kleiner Probekörper ist möglich, da die Behinderung der Querdehnung vollkommen ausgeschaltet ist, wenn man wirklich gleichmäßige Reibung längs der Druckflächen zu erzielen.

### 3. Versuchsanordnung.

Für praktischen Erprobung des Druckversuchs nach den geschilderten Grundsätzen diente die in Abb. 2 dargestellte Versuchsanordnung. Eine vergrößerte Teilansicht zeigt Abb. 3. Der Probekörper  $p$  wird zwischen der Unterseite des Stempels  $s$  und der Oberseite des Keiles  $k$  gedrückt. Beide Druckflächen sind 1 cm breit. Sie wurden zuerst auf der Hobelmaschine so fein als möglich bearbeitet und hernach sorgfältig von Hand mit feinem Schmiergelpapier feinschliffend Bewegung nachgearbeitet, um eine Richtungsabhängigkeit der Reibung auszuschließen. Beim Versuch stand die Vorrichtung auf der unteren Druckplatte einer 2t-Materialprüfungsmaschine. Das obere Ende des Stempels drückte gegen die obere Druckplatte der Maschine. Durch die reibungsfreie Parallelführung des Stempels mittels Laschen und Bolzen wurde eine fehlerfreie Anzeige der vertikalen Druckkraft durch die Maschine gewährleistet. Die Belastung wurde durch Verschiebung des Keiles  $k$  nach links

mittels der Druckschraube  $d$ . Die Steigung des Keiles betrug 1:14 und war so bemessen, daß, unter Berücksichtigung der Vertikalverschiebung des Stempels unter Last, bei allen vorkommenden Stauchungen Horizontalverschiebungen in der Größe, wie sie nach den Überlegungen des vorigen Abschnittes gefordert werden müssen, eintraten.

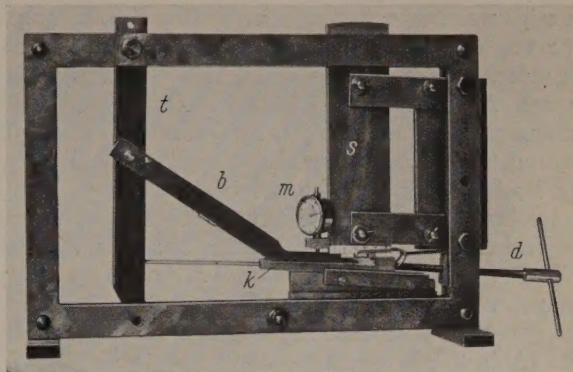


Abb. 2. Versuchsanordnung zum Druckversuch mit Druckflächenverschiebung.

Damit gleiche Reibungsverhältnisse auf Ober- und Unterseite des Probekörpers eintraten, mußte sich dieser in jedem Stadium des Versuchs um denselben Weg relativ zum Stempel wie relativ zum Keil bewegen. Diese Bewegung muß durch eine Führung erzwungen werden. Denn wenn der Probekörper einmal auf einer Druckfläche zum Haften gekommen ist, kommt er ohne Anstoß von außen nie mehr davon los. Jedes auch noch so kurze Haften während der Stau-

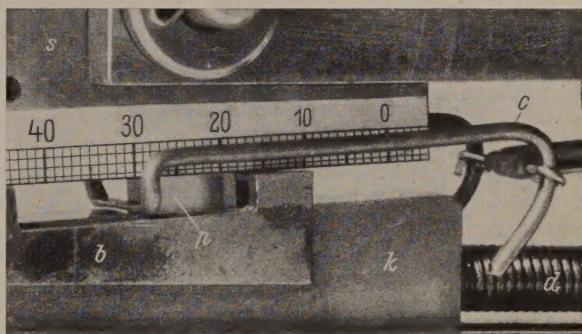


Abb. 3. Teilansicht der Versuchsanordnung. Probekörper aus Zelluloid.

chung würde aber eine Störung des Spannungszustandes durch Behinderung der Querdehnung bewirken, was sich auch im spannungsoptischen Bild sofort bemerkbar macht. Die Führung besorgte ein Blechbügel  $b$ , der durch den im linken Teil des Bildes 2 sichtbaren Mechanismus mit der halben Geschwindigkeit des Keiles bewegt wurde, und ein durch ein Gummiband angedrückter Drahtbügel  $c$ . Der Druck des Drahtbügels auf die Probe betrug 1–2 kg, sein Einfluß auf den Spannungszustand war vernachlässigbar klein.

Bei der Berechnung der Spannung aus der gemessenen Vertikallast  $P$  war die Lotabweichung des Spannungszustandes um den Reibungswinkel  $\varrho$  zu berücksichtigen. Ist die in horizontaler Richtung gemessene Breite der Probe  $b$  und ihre Dicke  $d$ , so ist die Spannung  $\sigma = P/bd \cos^2 \varrho$ . Bei einer Reibungszahl  $\mu = 0,1$  ist  $\cos^2 \varrho = 0,99$ , d. h. die Korrektur beträgt



erst 1%. Wenn man daher durch Schmierung der Gleitflächen die Reibungszahl während des ganzen Versuchs kleiner als 0,1 halten kann, ist keine Korrektur wegen Lotabweichung erforderlich. Noch weniger werden die Stauchungen beeinflusst, da dabei nur der  $\cos \varrho$  selbst als Korrekturfaktor eingeht.

Die Meßuhr  $m$ , deren Fühlstift den Keil  $k$  berührte, zeigte die Zusammendrückung der Probe an. Diese Anzeige war wegen der ziemlich weiten Entfernung der Uhr von der Probe mit einem Fehler von einigen % behaftet, der durch die elastische Deformation der ganzen Anordnung bedingt war. Um diesen Fehler auszumerzen, war nach jedem Versuch für einige Belastungen ein Leerversuch notwendig, wobei anstatt des Probekörpers ein dünnes Stahlblättchen an diejenige Stelle zwischen den Druckflächen gelegt wurde, die vorher der Probekörper einnahm. Der veränderliche Ort des Probekörpers war vorher beim Hauptversuch zusammen mit den Ablesungen der Messungen auf der Millimeterskala am unteren Rand des Stempels (Abb. 3) abgelesen worden. Damit war die Einstellung der Apparatur, die im Hauptversuch bei jeder Messung vorhanden war, beim Leerversuch eindeutig rekonstruierbar. Die im Leerversuch von der Meßuhr angezeigten Durchsenkungen waren von den entsprechenden Werten des Hauptversuchs abzuziehen.

Zwecks Beobachtung des Isochromatenbildes in den Zelluloidproben wurde die Versuchsanordnung in den Strahlengang der „einfachen spannungsoptischen Apparatur“ gebracht, wie sie in dem Buch von L. FÖPPL und Verfasser [3] beschrieben ist. Es wurde linear polarisiertes Natriumlicht verwendet, dessen Schwingungsrichtung um  $45^\circ$  zur Spannungsrichtung geneigt war. Die genaue Messung der Isochromatenordnung erfolgte durch Kompensation mittels Viertelwellenplatte [4].

#### 4. Die Versuche mit Zelluloid.

Das untersuchte Zelluloid lag in Platten von 4 mm Stärke vor. Daraus wurden die Probekörper so geschnitten, daß die Spannungsrichtung parallel zur Oberfläche lag, wie dies auch bei den für die Spannungsoptik hergestellten Modellen der Fall ist. Die Bruchgrenze des Materials lag für Zug und Druck etwa bei 40% Dehnung bzw. Stauchung. Um die Meßuhr nicht zu beschädigen, sind die Messungen nur bis 30% durchgeführt worden.

#### Bestimmung der Reibungszahl.

Die Reibungszahl konnte durch folgenden einfachen Umbau der Versuchsanordnung gemessen werden. Die Gelenkbolzen der Parallelführung wurden aus dem Stempel entfernt, ebenso der Führungsmechanismus für den Probekörper bis auf die Traverse  $t$  (Abb. 2), welche festgeklemmt wurde. Schließlich wurde zwischen die Traverse und das untere Ende des Stempels ein Ringkraftmesser eingesetzt. Der Probekörper war bei diesen Versuchen in der Mitte des Stempels durch einen Drahtbügel festgehalten. Wurde jetzt durch Betätigung der Druckschraube  $d$  die Probe unter Druck gesetzt, so konnte durch den Kraftmesser die Reibungskraft bestimmt werden, während die Prüfmaschine die Druckkraft anzeigte. Der Quotient beider Kräfte ist die Reibungszahl.

Bei Zelluloidproben ohne Anwendung von Schmierung betrug die Reibungszahl bei Beginn des Stau-

chens etwa 0,1 und wuchs mit fortschreitender Stauchung. Bei der höchsten beabsichtigten Stauchung von 30% war  $\mu = 0,3$ . Mit so großer Reibung war befriedigende Versuche nicht möglich. Dagegen ergab sich, wenn auf Probe und Gleitflächen vorher eine dünne Schicht Paraffin aufgetragen worden war, während des ganzen Stauchvorgangs ein  $\mu$  von 0,02–0,04. Mit dieser Art von Schmierung wurde allen Versuchen gearbeitet. Eine Korrektur der Stauchung wegen der Lotabweichung der Spannungsrichtung war wegen deren Geringfügigkeit nicht erforderlich.

#### Herstellung der Proben.

Die Dicke der Proben betrug entsprechend der Dicke des Materials 4 mm, die Höhe wurde zu 3,5 mm gewählt. Bei größerer Höhe zeigten sie schon Neigung zum Ausweichen quer zur Gleitrichtung. Besonders wichtig war, daß die beiden Druckflächen der Probe vollkommen planparallel in der Gleitrichtung waren, damit von Anfang an ein gleichmäßiger Spannungszustand und damit ein gutes spannungsoptisches Bild entstand. Dies konnte dadurch erreicht werden, daß zunächst ein etwa 5 cm langer Streifen auf Glimmerpapier mit einer Spiegelglasplatte als Unterlage auf 3,5 mm Höhe abgeschliffen wurde. Die letzte Bearbeitung erfolgte quer zur Gleitrichtung des Versuches. Erst zum Schluß wurde der Streifen auf beiden Seiten abgeschnitten und die Endflächen so bearbeitet, daß die Probe von der gewünschten Breite entstand. Die Neigung  $\varrho$  gegen die Senkrechte, die die Endflächen zu erhalten hatte, war wegen der kleinen Reibungszahl  $\mu = \tan \varrho \approx 0,03$  sehr gering, doch wurde sie so gut als möglich eingehalten.

#### Durchführung der Versuche.

Die Probe wurde stufenweise alle  $2\frac{1}{2}$  Min. um 0,0225 mm gestaucht. Bei 3,5 mm Höhe entsprach dies einer Stauchgeschwindigkeit von 0,154/h. In der ganzen Versuchsdauer dauerte also rund 2 Stunden. Da die Belastung nicht kontinuierlich erfolgte, war besonders wichtig, daß nicht während der Belastungspausen die Probe sich durch Kriechen weiterstauchte. Deshalb wurde, da die Gleitflächen ruhen, die Querdehnung behindert, was ja gerade vermieden werden sollte. Daher wurde während jeder Belastungsstufe wie folgt verfahren: Während der ersten Minute wurde die Stauchung von 0,0225 mm möglichst gleichförmig aufgebracht, während der nächsten Minute dagegen die von der Prüfmaschine auf den Stempel ausgeübte Kraft so reduziert, daß die Stauchung sich auf gleichbleibender Höhe hielt. Dann war das Kriechen weitgehend zum Stillstand gekommen, sodaß die letzte halbe Minute dazu benützt werden konnte rasch die Last abzulesen und den optischen Effekt durch Kompensation auszumessen.

Das schwierigste Problem war, zu erreichen, daß während des ganzen Versuches der Probekörper der Führung gehorchte, d. h. an der oberen und unteren Druckfläche immer gleichzeitig und gleichmäßig Gleiten erfolgte. Die Führung durfte nur auf einer Seite (in Abb. 2 u. 3 ist es die rechte) zwangsläufig durch die Verschiebung des Keiles wirken. Auf der Gegenseite mußte sie nachgiebig sein und durfte nur einen sehr geringen Druck ausüben, damit sie die Querdehnung nicht behinderte und den Spannungszustand möglichst wenig beeinflusste. Bei vollkommener



bearbeiteten Gleitflächen mußten sich die Kräfte das Gleichgewicht halten und sehr seitliche Kräfte zur Führung ausreichen. Es ist aber die Reibung unkontrollierbaren Größen unterworfen, so daß vollkommene Gleichmäßigkeit unmöglich ist. Bei den ersten Versuchen blieb der Körper regelmäßig früher oder später unten. Dies kann zwar sofort am Isochromatenbild

kleiner als 3%. Der durch Ungleichmäßigkeit in die Messung der Spannung hineinkommende Fehler dürfte 1% kaum überschreiten. Der Mittelteil ist nahezu vollkommen gleichmäßig und ermöglichte eine einwandfreie Bestimmung der Ordnung durch Kompensieren. Die in der Probe vom ursprünglichen Seitenverhältnis  $h_0:b_0 = 1:2$  auftretenden Störungen dürften hauptsächlich durch das nicht völlige Überein-

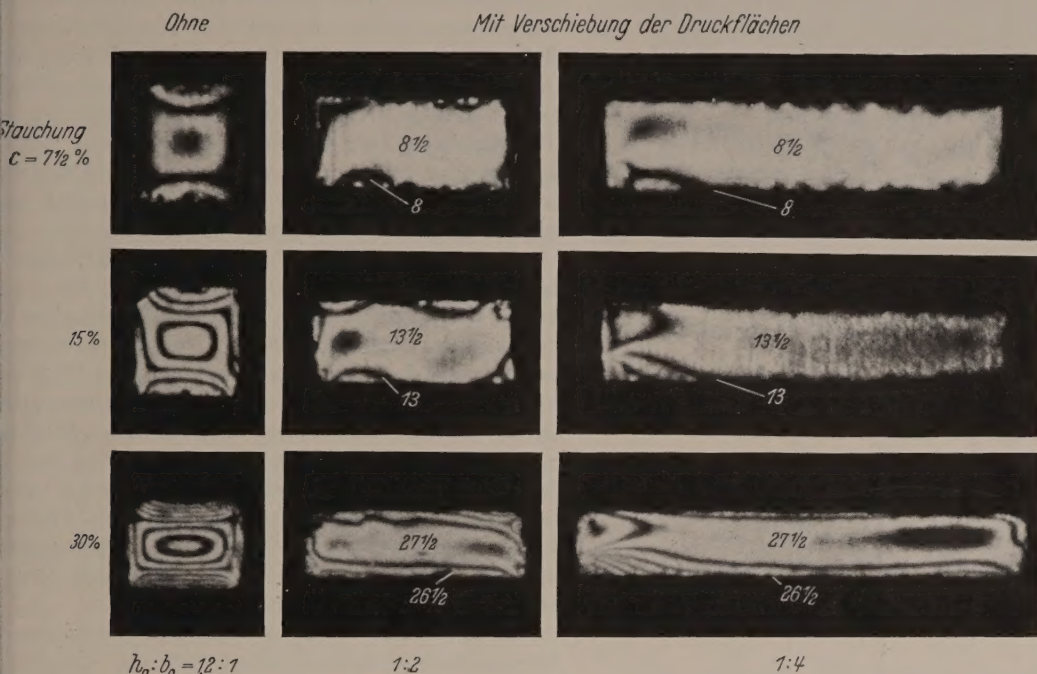


Abb. 4. Isochromatenbilder beim Stauchversuch; Druckflächen mit Paraffin geschmiert.

stellt werden, aber der begonnene Versuch ist unbrauchbar geworden, wenn die Probe schon schon verformt ist. Zunächst wurde dann versucht, die schon fertig vorbereiteten Probe durch einen Versuch, bei dem die Beanspruchung innerhalb der Zeitgrenze blieb, festzustellen, ob die Probe oben oder unten zum Haften neigte und auf Grund dieser Feststellung dann der Anschlag der zwangsförmigen Führung rechts bzw. links angeordnet. Auch diese Maßnahme war nicht unfehlbar. Als bestes Ergebnis erwies es sich schließlich die Reibung von vornereine etwas ungleich zu machen. Bei der leichten Bearbeitung der Gleitbahnen von Stempel und mit feinem Schmirgelpapier vor jedem Versuch wurde nämlich zuerst die obere Gleitbahn, und dann die untere mit demselben Stück Schmirgelpapier bearbeitet. Dadurch fiel die obere Gleitbahn um eine Ordnung gröber aus und die Neigung zum Haften trat oben. Die so absichtlich hervorgerufene Unregelmäßigkeit konnte insofern als unbedenklich angesehen werden, als ihr störender Einfluß auf die Spannungsmessung durch das Isochromatenbild stets unter Kontrolle stand.

Die auf der rechten Seite der Abb. 4 wiedergegebenen Isochromatenbilder geben Aufschluß darüber, wie die Beanspruchung bei Stauchversuch mit Druckflächenverschiebung erzielt werden kann. Bei vollkommener Gleichmäßigkeit der Beanspruchung im ganzen Feld die gleiche sein. Die Bilder zeigen, ist bei 30% Stauchung im überlappenden Teil des Feldes die Abweichung von der Ordnung  $27\frac{1}{2}$  in der Mitte kleiner als 1 Ordnung, also

stimmen der seitlichen Begrenzung mit der Spannungsrichtung herrühren. Da ihr Einfluß mit wachsender Breite abnehmen muß, ist auch die Gleichmäßigkeit im mittleren Teil der Probe vom Seitenverhältnis 1:4 noch besser. Hingegen trat hier links unten eine stärkere Störung durch die seitliche Führung auf. Die Probe neigte unten zum Haften; der Überschuß der Reibungskraft mußte durch die Führung aufgenommen

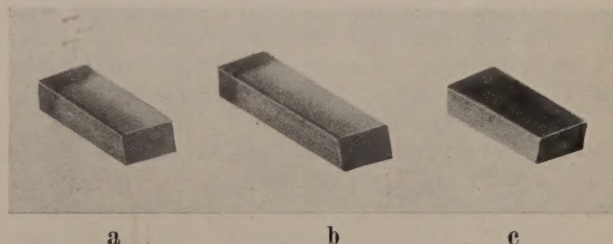


Abb. 5. Probekörper nach 30% Stauchung. a u. b Zelluloid c Aluminium.

werden. Man erkennt daraus, daß der Breite des Probekörpers durch die Unsicherheit der tatsächlich auftretenden Reibung Grenzen gesetzt sind. Die im nächsten Abschnitt ausgewerteten Messungen entstammen einem Versuch mit einem Probekörper des Seitenverhältnisses 1:3.

Die gestauchten Proben (Abb. 5a u. b) zeigten kaum eine Verwölbung der Vorder- und Rückseite. Ihre Ausmessung ergab ferner, daß die Querdehnungen in Richtung von Breite und Dicke dieselben waren. Die ohne Behinderung vor sich gegangene Querdehnung ist auch in den Isochromatenbildern gut zu erkennen.



Im linken Teil der Abb. 4 sind zum Vergleich die Isochromaten eines Stauchversuches ohne Druckflächenverschiebung dargestellt. Man sieht, daß das Seitenverhältnis von 1,2:1 schon an der Grenze der möglichen Schlankheit der Probe war. Die Unsymmetrie des Bildes bei 15% Stauchung zeigt, daß die Probe schon zum seitlichen Ausweichen neigte. Trotz der Schmierung mit Paraffin ist die Ungleichmäßigkeit des Spannungszustandes erheblich. Bei 30% Stauchung beträgt die Abweichung des optischen Effekts am Rande gegenüber der Mitte 7 Ordnungen gegenüber einer Ordnung beim Verfahren mit Druckflächenverschiebung. Außerdem erstreckt sich die Ungleichmäßigkeit über die ganze Probe, während es sich bei den Bildern des rechten Teiles wirklich nur um Randstörungen handelt.

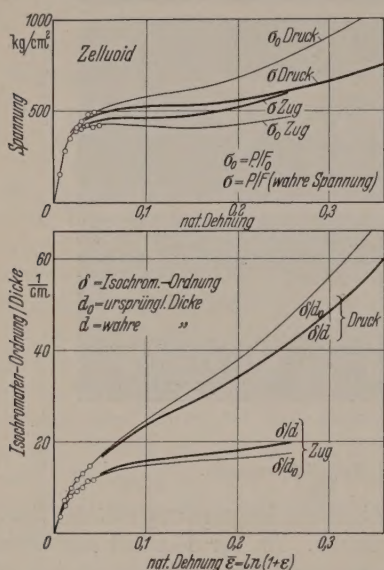


Abb. 6. Diagramme der Spannung und des optischen Effekts beim Zug- und Druckversuch mit Zelluloid.

### Zugversuch.

Um das Verhalten des Zelluloids unter Druck mit dem unter Zug zu vergleichen, wurde ein Zugversuch mit derselben Verformungsgeschwindigkeit wie beim Druckversuch durchgeführt, wobei auch die Laststufen in denselben Zeitabständen folgten und innerhalb dieser der Belastungsverlauf derselbe war wie der vorher beschriebene beim Druckversuch. Der Zugstab war 10 mm breit. Die Dehnungen wurden mittels einer Meßuhr auf einer Meßstrecke von 15 mm gemessen. Da Zugstäbe aus Zelluloid erst kurz vor dem bei etwa 40% Dehnung erfolgenden Bruch sich einschnürten und dies nur geringfügig, sind die bis 30% Dehnung gemessenen Spannungen sicher als „wahre Spannungen“ zu betrachten und können beim Vergleich mit den wahren Druckspannungen voll herangezogen werden.

### 5. Ergebnisse.

a) *Zelluloid*. In Abb. 6 sind die gemessenen Spannungen und Isochromatenordnungen für Druck und Zug über  $\bar{\epsilon} = \ln(1 + \epsilon)$  aufgetragen wo  $\epsilon$  die „konventionelle“ Dehnung bedeutet. Die Größe  $\bar{\epsilon}$ , nach dem Vorschlag von NADAI [5] „natürliche Dehnung“ genannt, gibt ein besseres Maß für den plastischen Zustand eines Materials als  $\epsilon$ , da bei ihr die infinitesimale Längenänderung auf die augenblickliche, und

nicht auf die ursprüngliche Länge bezogen wird, dies bei  $\epsilon$  geschieht.

Die gemessenen Spannungen wurden zunächst auf den ursprünglichen Querschnitt  $F_0$  bezogen wie es in den konventionellen Lastdehnungskurven üblich ist und als  $\sigma_0$  aufgetragen. Die Meßpunkte nur am Anfang der Kurven eingetragen um zu zeigen welche Streuung die Versuche hatten. Aus den getragenen Kurven wurden dann die Kurven für die wahre Spannung, nämlich die auf den augenblicklichen Querschnitt  $F$  bezogene, berechnet, unter Annahme, daß während des Versuchs das Volumen erhalten blieb. Dies entspricht zwar nicht ganz der Wirklichkeit, aber der begangene Fehler dürfte kaum überschreiten. Messungen der Querdehnungen wären sehr umständlich gewesen und es ist fraglich ob das Ergebnis genauer gewesen wäre.

Bezüglich der Anfangswerte der Kurven ist zu bemerken, daß für sie der Druckversuch keine brauchbaren Messungen lieferte. Die anfänglichen Zusammenrückungen erscheinen in den Messungen zu groß. Bei Beginn des Versuches zunächst ein Teil der Schmierung verwendeten Paraffins herausgedrückt wird. Es darf aber sicher angenommen werden, daß im elastischen Bereich die Kurven für Zug und Druck praktisch zusammenfallen. Daher wurden sämtliche gemessenen Zusammenrückungen durch Abzug eines konstanten Betrags korrigiert, der so bemessen wurde, daß die Elastizitätsgrenzen für Zug und Druck zusammenfielen.

In derselben Weise wie die Spannung wurde die Isochromatenordnung zuerst auf die ursprüngliche Dicke der Probe bezogen und aufgetragen und dann nach auf die augenblickliche wahre Dicke reduziert.

Der Vergleich der wahren Spannungen von Zug und Druck zeigt, daß ihr Verlauf im großen Ganzen derselbe ist, jedoch die Werte für Druck etwas höher liegen. Ganz ähnliche Kurven fanden SIEBEL und POMP [1] für Stähle. Für die Spannungsoptik liegt daher die Versuche das wichtige Ergebnis, daß Zelluloid als Modellmaterial geeignet ist bei Versuchen, die zum Ziel setzen plastische Spannungszustände in anderen Materialien aus Stahl zu erforschen.

Es ist jedoch zu beachten, daß der optische Effekt für Zug und Druck verschieden groß ist. Wie Abb. 6 zeigt, ist auch bei Berücksichtigung der Änderung der Probendicke durch Querdehnung der Unterschied der Isochromatenkurven für Zug und Druck beträchtlich, so daß keine Gesetzmäßigkeit zwischen Spannung, Dehnung und Isochromatenordnung geleitet werden kann, die für Zug und Druck gleichzeitig Gültigkeit hätte. Es ist auch noch ungeklärt welcher optische Effekt bei zusammengesetzten Spannungs- und Formänderungszuständen auftritt. Daher sind noch weitere Versuche mit zusammengesetzten Spannungszuständen nötig, bevor spannungsoptische Versuche zur Untersuchung von zweiachsigen plastischen Spannungszuständen durchgeführt werden können.

Die Ursache des verschiedenen optischen Verhaltens von Zelluloid bei Zug und Druck ist dahingehend zu untersuchen, daß der innere Mechanismus der Beanspruchung und Verformung bei Kunststoffen ein anderer ist wie bei Metallen, wenn auch die Lastdehnungskurven in ihrer äußeren Erscheinungsform fast dieselben sind. Dies zeigt sich auch in den Bruchbildern. Zugversuch



Zelluloid brachen, fast ohne vorherige Einschnü-  
g, in ebener Fläche senkrecht zur Zugrichtung,  
ten also einen reinen Trennungsbruch, wogegen  
unter Druck ein Gleitungsbruch schräg zur Druck-  
tung ausbildete. Meist wurde dabei der ganze  
Bekörper plötzlich zerstört, doch gelang es in  
gen Fällen nach dem ersten Anriß den Versuch ab-  
rechnen. Die Bruchflächen der ersten Anrisse  
en vollkommen regelmäßige Kreiskegel (Abb. 7).  
se regelmäßigen Bruchflächen sind ein zusätzlicher  
eis für die Gleichmäßigkeit des Spannungszu-  
des bei dem angewandten Verfahren.

b) *Aluminium*. Um zu prüfen, ob sich das neue  
fahren auch für Metalle eignet, wurden auch Ver-  
e mit Aluminium von 99,9% Reinheit durch-  
hrt. Metalle höherer Festigkeit konnten nicht  
üft werden, da die Druckstücke der Apparatur aus  
7 bestanden und einen stärkeren Druck nicht aus-  
halten hätten. Die Proben wurden auf dieselbe  
se hergestellt wie die Zelluloidproben und auf  
elbe Weise belastet. Die Schmierung der Gleit-  
en mit Paraffin befriedigte hier nicht. Schon  
30% Stauchung zeigten sich starke Unregelmäßig-  
en in der Verformung (Abb. 5c). Offenbar wurde  
Paraffin durch zu starke Flächenpressung am  
leren Ende der Gleitfläche herausgedrückt, so daß  
Reibungsverteilung ungleichmäßig wurde. Da-  
ch war die Querdehnung in der Gleitrichtung be-  
dert und fiel kleiner aus als in Richtung der Dicke.  
h war die mittlere Reibungszahl mit etwa 0,1  
entlich größer als bei Zelluloid. Aus diesen Grün-  
konnten nur Proben vom Seitenverhältnis 2:1  
wendet werden. Trotzdem lieferte der Versuch in  
durchgeführten Stauchungsbereich von 30%  
a gute Ergebnisse, wie Abb. 8 zeigt. Für den  
versuch kann eine „wahre Spannung“  $\sigma$  in dem  
eich angegeben werden, wo noch keine Einschnü-  
g vorhanden ist, also etwa bis  $\bar{\epsilon} = 0,15$ . In diesem  
eich fallen die  $\sigma$ -Kurven für Zug und Druck prak-  
a zusammen, wie es für wesentlich bildsame  
alle sein muß und auch von SIEBEL und POMP [1]  
achtet wurde. Die Abweichungen der beiden Kur-  
voneinander um etwa 21½% liegen innerhalb der  
suchsgenauigkeit.

Daß trotz einer merklichen Störung des Span-  
ngszustandes der Versuch noch so gute Werte er-  
ist damit zu erklären, daß die Querdehnung zwar  
er Gleitrichtung etwas behindert war, senkrecht  
jedoch nicht. In der letzteren Richtung war  
er die Spannung null, wie es sein sollte. Die beiden  
emwerte des beabsichtigten Spannungszustandes  
en also richtig, nur die 3. Hauptspannung wich  
s von ihrem richtigen Wert ab. Bekanntlich ist  
diese 3. Spannung von untergeordneter Bedeu-  
g für die Anstrengung, wenn sie zwischen den bei-  
Extremwerten liegt.

Hätte man für Metalle ein so günstiges Schmier-  
el zur Verfügung, wie es Paraffin für Zelluloid ist,  
önnten die Versuche auch auf größere Stauchungen  
edehnt werden. Nach Abb. 4 liefern Probekörper  
den Seitenverhältnissen 1:2 bis 1:4 Spannungszu-  
ände von brauchbarer Gleichmäßigkeit. Beginnt  
also den Versuch mit dem Seitenverhältnis 1:2  
faßt die Reihe Abb. 4 rechts als Endstadium  
es Versuches auf, so entspräche dies einer Stau-  
g von etwa 55%. Der Verfasser zweifelt nicht

darán, daß auch für Metalle ein geeignetes Schmier-  
mittel gefunden werden könnte, hat aber auf weitere  
Versuche verzichtet, da ihn die Versuche mit Metallen  
nur am Rande interessierten.

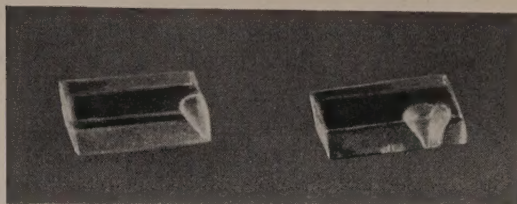


Abb. 7. Beginn des Bruches in Zelluloidproben beim Stauchversuch mit Druckflächenreibung.

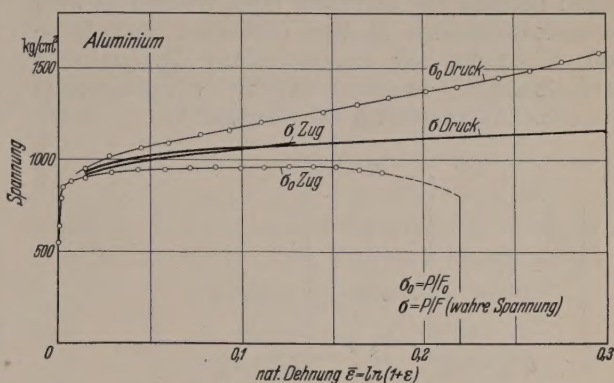


Abb. 8. Spannungs-Dehnungs-Diagramm beim Zerreiß- und Stauchversuch mit Aluminium.

### Zusammenfassung.

Die Versuche haben erwiesen, daß das Stauch-  
verfahren mit Druckflächenverschiebung, zumindest  
in dem angewandten Stauchbereich von 30%, ge-  
eignet ist einen einachsigen Druckspannungszustand  
in einer Gleichmäßigkeit zu erzeugen und auszu-  
messen, wie sie auf keine andere Weise zu erzielen  
sein dürfte. Größere Stauchungen als 30% konnten  
mit Zelluloid wegen seiner niedrigen Bruchgrenze nicht  
untersucht werden, bei Aluminium deshalb nicht, weil  
das Schmiermittel versagte. Man kann annehmen,  
daß mit bildsamen Metallen noch wesentlich höhere  
Stauchungen auswertbar sind, wenn man sich nur  
der Mühe unterzieht, ein geeignetes Schmiermittel  
ausfindig zu machen.

Die Durchführung des Versuches ist schwierig, da  
es nicht einfach ist, während des ganzen Versuches  
gleiche Reibungsverhältnisse auf Ober- und Unter-  
seite der Probe zu erzielen. Es kann vorkommen, daß  
der Versuch mehrmals wiederholt werden muß, bis  
er einmal nach Wunsch verläuft. Der Verfasser muß  
daher zugeben, daß das Verfahren als Routineversuch  
nicht geeignet ist. Wenn dagegen in Ausnahmefällen  
eine besonders gute Gleichmäßigkeit des Spannungs-  
zustandes notwendig ist, wie dies bei der Messung  
des plastischen spannungsoptischen Effekts durch den  
Verfasser der Fall war, dürfte das Verfahren das beste  
bisher bekannte sein.

**Literatur.** [1] SIEBEL, E. u. A. POMP: Mitt. K. W. Inst.  
f. Eisenf. 9, 157 (1927) und 10, 55 (1928). — [2] SIEBEL, E.:  
Handbuch der Werkstoffprüfung. Berlin 1939 S. 92. —  
[3] FÖPPL, L. u. E. MÖNCH: Praktische Spannungsoptik.  
Berlin 1950, S. 3. — [4] MESMER, G.: Spannungsoptik. Berlin  
1939, S. 134. — [5] NADAI, A.: Theory of Flow and Fracture of  
Solids. New York — Toronto — London 1950.

Prof. Dr. ERNST MÖNCH,  
Mechanisch-technisches Laboratorium d. T. H. München.



## Über nichtstationäre Diffusion in geschichteten Medien.

Von EMIL DEEG, Würzburg.

(Aus dem Max-Planck-Institut für Silikat-Forschung, Würzburg.)

Mit 3 Textabbildungen.

(Eingegangen am 21. April 1953).

## 1. Ursprung des Problems.

Der Versuch, den Gießvorgang bei der Herstellung von keramischen Gegenständen in Gipsformen, bzw. die Bildung des Scherbens, quantitativ zu erfassen, führt auf ein besonderes Diffusionsproblem, das in der Literatur bis jetzt nur flüchtig behandelt zu sein scheint: nämlich die Diffusion (von Wasser) in zwei aneinanderstoßenden Medien (Schlicker und Gipsform), die nicht nur verschiedene Diffusionskoeffizienten, sondern auch verschiedene Wasseraufnahmefähigkeit besitzen<sup>1</sup>.

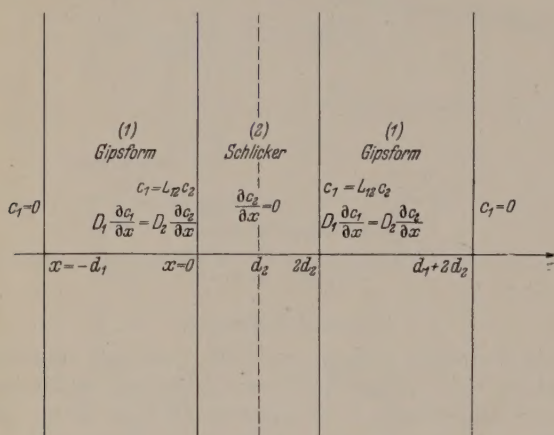


Abb. 1. Schematisierung von Schlicker und Gipsform bei endlicher Dicke; Randbedingungen.

Für den Leser, der dem erwähnten Fabrikationsprozeß ferner steht, mag folgende Erläuterung dienlich sein: Unter „Schlicker“ versteht man die kolloidale Suspension der keramischen Rohstoffe in Wasser, welche in die Gipsform gegossen wird. Infolge der hohen Wasseransaugfähigkeit des Gipses bildet sich im Schlicker sehr rasch eine, von der Gipswand nach innen wachsende, wasserarme Schicht aus, der sog. „Scherben“, der bereits eine gewisse Festigkeit besitzt. Sobald er die gewünschte Stärke erreicht hat, wird der überschüssige Schlicker ausgegossen, wobei der Scherben in der Gipsform verbleibt. Durch weitere Trocknung verfestigt sich der Scherben noch etwas und löst sich außerdem von der Gipswand ab, so daß er schließlich, indem man die Gipsform auseinandernimmt, ohne Gefahr isoliert werden kann.

Im folgendem soll der zur Scherbenbildung führende Wasserentzug des Schlickers nach der Diffusionstheorie behandelt werden. Zu diesem Zweck idealisieren wir das Problem als eindimensionales mit der Koordinate  $x$ , entsprechend der Abb. 1, wo die Gipsform (1) durch zwei unendlich ausgedehnte, senkrecht auf der  $x$ -Achse stehende Platten von der Dicke  $d_1$  dargestellt ist, in deren Zwischenraum (2) der Schlicker eingegossen werde. (Denkt man sich die Anordnung der Abb. 1 als Rotationskörper um die gestrichelte Mittellinie, so könnte mit ihr der Guß eines Hohlzylinders oder, wenn man den Schlicker hinreichend lange in der Form läßt, eines Vollzylinders ausgeführt werden.)

## 2. Grenzbedingungen an der Trennungsfläche Gips-Schlicker.

Wegen der verschiedenen Wasseraufnahmefähigkeit der beiden Medien weichen diese Bedingungen von den in der Wärmeleitung und gewöhnlichen Diffusionen etwas ab. Zu ihrer Herleitung richten wir unser Augenmerk etwa auf die bei  $x = 0$  der Abfindliche Grenzfläche. Wir setzen voraus, daß beiden hier zusammenstoßenden Medien homogen seien, so daß rechts und links der Grenzfläche für Wasserkonzentration  $c$  die gewöhnliche Diffusionsgleichung

$$\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - \frac{1}{D} \cdot \frac{\partial c}{\partial t} = 0,$$

mit konstanten, jedoch verschiedenen Diffusionskoeffizienten  $D_1 \neq D_2$  gilt<sup>1</sup>. (Von Sedimentationsvorgängen unter dem Einfluß der Schwerkraft kann hier gesehen werden, da dieselben sehr langsam gegenüber dem Diffusionsprozeß vor sich gehen.) Die bei der Lösung der Diffusionsgleichung müssen nun an der Grenzfläche vermöge zweier Bedingungen aneinandergepaßt werden. Die erste Bedingung folgt natürlich aus der Stetigkeit des Diffusionsstromes und lautet

$$D_1 \cdot \frac{\partial c_1}{\partial x} = D_2 \cdot \frac{\partial c_2}{\partial x} \quad \text{für } x = 0.$$

Würden wir daneben auch noch die Stetigkeit der Wasserkonzentration verlangen, so würden wir der verschiedenen Wasseraufnahmefähigkeit keine Rechnung tragen, denn unter dieser Bedingung würde sich die Wasserkonzentration in einem abgeschlossenen System, aus den beiden Medien besteht, stets ausgleichen. Dieser Ausgleich muß durch eine in der Grenzfläche auf die Teilchen wirkende Kraft verhindert werden, welche die Wasserteilchen von dem einen Medium ins andere treibt. Um die aus dieser Flächenkraft resultierende Bedingung zu ermitteln, denken wir uns die beiden Medien durch eine von  $x_1$  bis  $x_2$  reichende Übergangsschicht verbunden, in der eine Kraft  $f$  (von rechts nach links) auf die diffundierenden Teilchen wirksam sei. Der Diffusionskoeffizient  $D$  möge in dieser Übergangsschicht stetig von  $D_1$  in  $D_2$  übergehen. Ist  $v$  die mechanische Beweglichkeit der Teilchen, so lautet der Diffusionsstrom  $j$  in der Übergangsschicht:

$$j = -D \cdot \frac{\partial c}{\partial x} - q \cdot v \cdot c,$$

was wir als lineare Differentialgleichung 1. Ordnung für  $c$  ansehen können:

$$\frac{\partial c}{\partial x} + \frac{q \cdot v}{D} \cdot c + \frac{j}{D} = 0,$$

welche mit

$$f(x) = \frac{q \cdot v}{D} \quad \text{und} \quad g(x) = \frac{j}{D}$$

<sup>1</sup> Vgl. FRANK V. MISES: Differentialgleichungen der Physik, 2. Aufl., Bd. II S. 560, wo lediglich die Diffusionskoeffizienten verschieden sind und nur der stationäre Fall behandelt ist.

<sup>1</sup> Diese Annahme ist in einer Arbeit des Verfassers, in der das Problem vom rein keramischen Standpunkt aus betrachtet wird, diskutiert. Vgl. Ber. DKG 30, 129 (1953).



## Lösung

$$c = e^{-\int f(x) dx} \cdot [\text{const} - \int g(x) \cdot e^{\int f(x) dx} dx]$$

Läßt man nun die Übergangsschicht auf die Grenzfläche  $x = 0$  zusammenschrumpfen ( $x_1 \rightarrow x_2$ ), verschwindet wegen der Stetigkeit von  $j$  für  $t > 0$  das Integral in der Klammer, und es bleibt als gesuchte Randbedingung

$$c_2 = c_1 \cdot \lim_{x_1 \rightarrow x_2} \left\{ e^{-\int_{x_1}^{x_2} \frac{q \cdot v}{D} dx} \right\} = c_1 \cdot e^{-Q}. \quad (2a)$$

erscheint in der Gestalt des NERNSTschen Verhältnissatzes, wenn wir die Konstante

$$e^Q = \frac{L_1}{L_2} = L_{12} = \frac{1}{L_{21}}$$

ein.  $L_1$  und  $L_2$  sind „Löslichkeitskoeffizienten“,  $L_{12}$  ist der Verteilungskoeffizient, nach dem sich das Gleichgewicht der Konzentration einstellt. Für  $q = 0$  gilt  $L_{12} = 1$ .

Betrachtet man den Fall der Diffusion in zwei Medien mit gleichen Diffusionskoeffizienten beiderseits der Grenzfläche ( $D_1 = D_2$ ), so erhält man aus (2a) den EINSTEINSchen Satz über die Aufenthaltswahrscheinlichkeit eines Systems im thermischen Gleichgewicht, an den Orten mit dem Potential  $V_1$  und  $V_2$ . Es ist dann:

$$c = \int_{x_1}^{x_2} \frac{q \cdot v}{D} dx = \frac{v}{D} \int_{x_1}^{x_2} q dx = \frac{v}{D} \cdot (V_2 - V_1). \quad (2b)$$

Wenn wir für den Diffusionskoeffizienten die Darstellung

$$D = v \cdot k \cdot T$$

benutzen, so geht (2a), unter Verwendung von (2b), über in:

$$\frac{c_1}{c_2} = e^Q = \frac{e^{-\frac{V_1}{kT}}}{e^{-\frac{V_2}{kT}}}.$$

Hierin ist  $k$  = BOLTZMANNkonstante und  $T$  = absolute Temperatur.

### 3. Lösung des Problems.

Die Wasseranfangskonzentration im betrachteten System sei gegeben durch

$$c(x, 0) = \begin{cases} c_1^0 = 0 & \text{in der Gipsform} \\ c_2^0 = \text{const im Schlicker.} \end{cases} \quad (3)$$

a) Wir fassen die Umgebung der Grenzfläche  $x = 0$  in Abb. 1 ins Auge. Beschränken wir uns vorerst auf so kleine Zeiten, innerhalb deren der Diffusionsvorgang nicht wesentlich auf die gesamte Plattendicke der Platten, bzw. ins Innere des Schlickerraumes eingegriffen hat, so können wir die Medien beiderseits  $x = 0$  als unendlich ausgedehnt in Richtung der positiven und negativen  $x$ -Achse ansehen. Für diesen Fall läßt sich die Lösung in unmittelbarer Umgebung der Grenzfläche  $x = 0$  sofort angeben:

$$c(x, t) = \begin{cases} \frac{c_2^0}{L_{21} + \sqrt{D_1/D_2}} \cdot [1 - \Phi(|x|/2\sqrt{D_1 t})] & \text{für } x < 0 \\ \frac{c_2^0}{L_{21} + \sqrt{D_1/D_2}} \left[ L_{21} + \sqrt{\frac{D_1}{D_2}} \cdot \Phi(x/2\sqrt{D_2 t}) \right] & \text{für } x > 0. \end{cases} \quad (4)$$

Hierin ist  $\Phi(\dots)$  das GAUSSsche Fehlerintegral. Es läßt sich leicht verifizieren, daß diese Lösung dem 2. FICKschen Gesetz (Diffusionsgleichung) genügt, daß sie die Randwerte befriedigt und für  $t \rightarrow 0$  in die geforderte Anfangsverteilung übergeht. Für spezielle Werte der Koeffizienten ist Gl. (4) in Abb. 2 veranschaulicht.

b) Für längere Zeiten wird jedoch auch die andere Berandung von Gipsform und Schlicker maßgebend, so daß wir die endliche Plattendicke gemäß der Abb. 1 in Rechnung<sup>1</sup> stellen müssen. Die äußeren Begrenzungen der Form bei  $x = -d_1$  und bei  $x = d_1 + 2d_2$  sollen während des Diffusionsprozesses (Ansaugvorgang des Scherbens) scharf getrocknet werden, so daß wir dort setzen können:

$$c_1 = 0.$$

Wegen der Symmetrie des Problems ist in der Mittelebene  $x = d_2$  stets die Bedingung

$$\frac{\partial c_2}{\partial x} = 0$$

erfüllt, so daß wir uns auf die linke Hälfte der Abb. 1 ( $-d_1 < x < d_2$ ) mit den äußeren Grenzbedingungen

$$c_1(-d_1, t) = 0 \quad (5)$$

und

$$\left( \frac{\partial c_2}{\partial x} \right)_{x=d_2} = 0, \quad (6)$$

beschränken können (allenfalls denke man sich einen wasserundurchlässigen Abschluß bei  $x = d_2$  durch Einzug einer Metallfolie hergestellt).

In der gemeinsamen Grenzfläche bei  $x = 0$  gelten die Bedingungen:

$$D_1 \frac{\partial c_1}{\partial x} = D_2 \frac{\partial c_2}{\partial x} \quad (1)$$

und

$$c_1 = L_{12} c_2. \quad (2a)$$

Ferner gelten die Differentialgleichungen:

$$\frac{\partial^2 c_1}{\partial x^2} - \frac{1}{D_1} \cdot \frac{\partial c_1}{\partial t} = 0 \quad \text{für } -d_1 < x < 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 c_2}{\partial x^2} - \frac{1}{D_2} \cdot \frac{\partial c_2}{\partial t} = 0 \quad \text{für } 0 < x < d_2. \quad (8)$$

Zu ihrer Lösung wird angesetzt:

$$c_1 = \psi_1(x) \cdot e^{-(\lambda_1)^2 \cdot D_1 \cdot t} \quad \text{für } -d_1 < x < 0; \quad (9)$$

entsprechend für  $c_2(x, t)$  im Intervall  $0 < x < d_2$  durch Vertauschung der Indizes 1 mit 2.

Damit erhalten wir aus den Gl. (7) und (8) die beiden Wellengleichungen

$$\frac{d^2 \psi_1}{dx^2} + (\lambda_1)^2 \cdot \psi_1 = 0 \quad \text{im Raum 1} \quad (7a)$$

und

$$\frac{d^2 \psi_2}{dx^2} + (\lambda_2)^2 \cdot \psi_2 = 0 \quad \text{im Raum 2,} \quad (8a)$$

mit der Lösung:

$$\psi_1(x) = \alpha_1 \cdot \cos(\lambda_1 x) + \beta_1 \cdot \sin(\lambda_1 x), \quad (10)$$

$$\psi_2(x) = \alpha_2 \cdot \cos(\lambda_2 x) + \beta_2 \cdot \sin(\lambda_2 x). \quad (11)$$

$\alpha_1, \alpha_2, \beta_1$  und  $\beta_2$  sind willkürliche Konstanten.

<sup>1</sup> Nach einer von H. OTT, in einer nicht veröffentlichten Arbeit, angegebenen Methode, der auch die exakte Begründung der Randbedingung (2a) entnommen wurde.



Aus den Bedingungen (1) und (2a), die für alle Zeiten gelten sollen, erhalten wir:

$$\lambda_2 = \lambda_1 \cdot \sqrt{\frac{D_1}{D_2}}. \quad (12)$$

Aus den gleichen Bedingungen folgt durch einsetzen von (10) und (11):

$$\alpha_2 = \alpha_1 \cdot L_{21}, \quad (12a)$$

$$\beta_2 = \beta_1 \cdot \sqrt{\frac{D_1}{D_2}}. \quad (12b)$$

Setzen wir diese Werte in (5) und (6) ein, so erhalten wir zwei lineare, homogene Gleichungen für die beiden Unbekannten  $\alpha_1$  und  $\beta_1$ , deren Determinante verschwinden muß. Das liefert uns eine transzendente Gleichung für  $\lambda_1$ :

$$L_{12} \cdot \sqrt{\frac{D_1}{D_2}} \cdot \cot(\lambda_1 \cdot d_1) = \tan\left(\lambda_1 \cdot d_2 \cdot \sqrt{\frac{D_1}{D_2}}\right). \quad (13)$$

Die Wurzeln dieser Gleichung sind die Eigenwerte  $\lambda_1^{(s)}$ ; wegen (12) sind dann auch die  $\lambda_2^{(s)}$  bekannt. Damit erhalten wir als Eigenfunktionen:

$$\psi_1^{(s)}(x) = \alpha_1^{(s)} \cdot \{\cos(\lambda_1^{(s)} x) + \cot(\lambda_1^{(s)} d_1) \cdot \sin(\lambda_1^{(s)} x)\} \\ = \alpha_1^{(s)} \cdot \varphi_1^{(s)}(x), \quad (10a)$$

$$\psi_2^{(s)}(x) = \alpha_1^{(s)} \times \\ \times \{L_{21} \cdot \cos(\lambda_2^{(s)} x) + L_{21} \cdot \tan(\lambda_2^{(s)} d_2) \cdot \sin(\lambda_2^{(s)} x)\} \\ = \alpha_1^{(s)} \cdot \varphi_2^{(s)}(x). \quad (11a)$$

Diese Funktionen gehorchen einer erweiterten Orthogonalitätsrelation, die wir aus dem GREENSchen Satze herleiten wollen. Da wegen (1)  $c(x, t)$  an der Stelle  $x=0$  nicht zweimal stetig nach  $x$  differenzierbar ist, darf der GREENSche Satz nicht ohne weiteres auf das ganze Intervall  $-d_1 \leq x \leq d_2$  angewandt werden. Wenden wir ihn auf  $\psi_1^{(s)}$  und  $\psi_2^{(s)}$  in den zugehörigen Definitionsbereichen getrennt an, so erhalten wir:

$$\int_{-d_1}^0 \left\{ \psi_1^{(s)} \cdot \frac{\partial^2 \psi_1^{(r)}}{\partial x^2} - \psi_1^{(r)} \cdot \frac{\partial^2 \psi_1^{(s)}}{\partial x^2} \right\} dx \\ = \left\{ \psi_1^{(s)} \cdot \frac{\partial \psi_1^{(r)}}{\partial x} - \psi_1^{(r)} \cdot \frac{\partial \psi_1^{(s)}}{\partial x} \right\} \Bigg|_{x=-d_1}^{x=0}. \quad (14)$$

$$\int_0^{d_2} \left\{ \psi_2^{(s)} \cdot \frac{\partial^2 \psi_2^{(r)}}{\partial x^2} - \psi_2^{(r)} \cdot \frac{\partial^2 \psi_2^{(s)}}{\partial x^2} \right\} dx \\ = \left\{ \psi_2^{(s)} \cdot \frac{\partial \psi_2^{(r)}}{\partial x} - \psi_2^{(r)} \cdot \frac{\partial \psi_2^{(s)}}{\partial x} \right\} \Bigg|_{x=0}^{x=d_2}. \quad (15)$$

Wir multiplizieren (14) mit  $D_1$ , (15) mit  $D_2 \cdot L_{12}$  und addieren:

$$D_1 \cdot \int_{-d_1}^0 \dots dx + D_2 \cdot L_{12} \int_0^{d_2} \dots dx = \\ = D_1 \cdot \left\{ \psi_1^{(s)} \cdot \frac{\partial \psi_1^{(r)}}{\partial x} - \psi_1^{(r)} \cdot \frac{\partial \psi_1^{(s)}}{\partial x} \right\}_{x=0} - \\ - D_1 \cdot \left\{ \psi_1^{(s)} \cdot \frac{\partial \psi_1^{(r)}}{\partial x} - \psi_1^{(r)} \cdot \frac{\partial \psi_1^{(s)}}{\partial x} \right\}_{x=-d_1} + \\ + D_2 \cdot L_{12} \cdot \left\{ \psi_2^{(s)} \cdot \frac{\partial \psi_2^{(r)}}{\partial x} - \psi_2^{(r)} \cdot \frac{\partial \psi_2^{(s)}}{\partial x} \right\}_{x=d_2} - \\ - D_2 \cdot L_{12} \left\{ \psi_2^{(s)} \cdot \frac{\partial \psi_2^{(r)}}{\partial x} - \psi_2^{(r)} \cdot \frac{\partial \psi_2^{(s)}}{\partial x} \right\}_{x=0}. \quad (16)$$

Hierin verschwindet wegen (5)

$$\left\{ \psi_1^{(s)} \cdot \frac{\partial \psi_1^{(r)}}{\partial x} - \dots \right\}_{x=-d_1}$$

und wegen (6) auch

$$\left\{ \psi_2^{(s)} \cdot \frac{\partial \psi_2^{(r)}}{\partial x} - \dots \right\}_{x=d_2}.$$

Wegen (1) und (2a) ist außerdem

$$D_1 \cdot \left\{ \psi_1^{(s)} \cdot \frac{\partial \psi_1^{(r)}}{\partial x} - \dots \right\}_{x=0} - D_2 \cdot L_{12} \times \\ \times \left\{ \psi_2^{(s)} \cdot \frac{\partial \psi_2^{(r)}}{\partial x} - \dots \right\}_{x=0}$$

so daß mit Rücksicht auf (7a) und (8a) bleibt:

$$D_1 \cdot \int_{-d_1}^0 \left\{ \psi_1^{(s)} \cdot \frac{\partial^2 \psi_1^{(r)}}{\partial x^2} - \dots \right\} dx + D_2 \cdot L_{12} \times \\ \times \int_0^{d_2} \left\{ \psi_2^{(s)} \cdot \frac{\partial^2 \psi_2^{(r)}}{\partial x^2} - \dots \right\} dx = \\ = D_1 \cdot [(\lambda_1^{(s)})^2 - (\lambda_1^{(r)})^2] \times \\ \times \left[ \int_{-d_1}^0 \psi_1^{(s)} \cdot \psi_1^{(r)} dx + L_{12} \cdot \int_0^{d_2} \psi_2^{(s)} \cdot \psi_2^{(r)} dx \right] = 0.$$

Für  $r=s$  wird

$$D_1 \cdot \left[ \int_{-d_1}^0 \psi_1^{(s)} \cdot \psi_1^{(r)} dx + L_{12} \cdot \int_0^{d_2} \psi_2^{(s)} \cdot \psi_2^{(r)} dx \right] \neq 0.$$

Wir setzen diesen Ausdruck  $=1$  und erhalten Gleichung zur Berechnung des „Normierungsfaktors“  $\alpha_1^{(s)}$ , nämlich:

$$(\alpha_1^{(s)})^2 \cdot D_1 \cdot \left[ \int_{-d_1}^0 (\varphi_1^{(s)})^2 dx + L_{12} \int_0^{d_2} (\varphi_2^{(s)})^2 dx \right] = 1.$$

(17) und (18) können wir zu der erweiterten Orthogonalitätsrelation zusammenfassen:

$$\alpha_1^{(s)} \cdot \alpha_1^{(r)} \cdot D_1 \cdot \left[ \int_{-d_1}^0 \varphi_1^{(s)} \cdot \varphi_1^{(r)} dx + L_{12} \int_0^{d_2} \varphi_2^{(s)} \cdot \varphi_2^{(r)} dx \right] \\ = \delta_{rs}.$$

Um die Lösung der Anfangsverteilung anzupassen entwickeln wir nach den der Relation (19) gehörenden Eigenfunktionen (10a) und (11a). Die Entwicklungskoeffizienten bestimmen wir nach dem üblichen Verfahren. Es sei zunächst eine Anfangsverteilung der Konzentration gegeben in der Gestalt

$$c(x, 0) = \begin{cases} f_1(x) & \text{in } -d_1 < x < 0 \\ f_2(x) & \text{in } 0 < x < d_2 \end{cases}.$$

Wir machen die Ansätze

$$f_1(x) = \sum_{s=0}^{\infty} A_s \cdot \psi_1^{(s)}, \text{ multiplizieren mit } \psi_1^{(r)} \\ \text{und integrieren von } -d_1 \text{ bis } 0. \\ f_2(x) = \sum_{s=0}^{\infty} A_s \cdot \psi_2^{(s)}, \text{ multiplizieren mit } \psi_2^{(r)} \\ \text{und integrieren von } 0 \text{ bis } d_2.$$

Wir erhalten, nachdem wir die erste der so gewonnenen Gleichungen mit  $D_1$ , die zweite mit  $D_1 \cdot L_{12}$  multipliziert haben:

$$D_1 \cdot \int_{-d_1}^0 f_1(x) \cdot \psi_1^{(r)}(x) dx = \sum_{s=0}^{\infty} A_s \cdot \int_{-d_1}^0 D_1 \cdot \psi_1^{(s)} \cdot \psi_1^{(r)}$$



$$L_{12} \cdot \int_0^{d_2} f_2(x) \psi_2^{(r)}(x) dx = \sum_s A_s \times \\ \times \int_0^{d_2} D_1 \cdot L_{12} \cdot \psi_2^{(s)} \cdot \psi_2^{(r)} dx.$$

aus durch Addition und unter Berücksichtigung Gl. (19):

$$s = D_1 \cdot \left[ \int_{-d_1}^0 f_1 \cdot \psi_1^{(s)} dx + L_{12} \int_0^{d_2} f_2 \cdot \psi_2^{(s)} dx \right]. \quad (20)$$

der speziellen Anfangsverteilung (3) des keratischen Problems also:

$$A_s = D_1 \cdot L_{12} \cdot c_2^0 \cdot \int_0^{d_2} \psi_2^{(s)} \cdot dx. \quad (20a)$$

mit wird unsere gesuchte Konzentrationsver-  
ang:

$$t) = \begin{cases} \sum_s A_s \cdot \psi_1^{(s)} \cdot e^{-(\lambda_1^{(s)})^2 \cdot D_1 \cdot t} \text{ für } -d_1 \leq x \leq 0 \\ \sum_s A_s \cdot \psi_2^{(s)} \cdot e^{-(\lambda_1^{(s)})^2 \cdot D_1 \cdot t} \text{ für } 0 \leq x \leq d_2. \end{cases} \quad (21)$$

Abb. 2 und 3 ist der Ansaugvorgang des Scherbens unendliche und endliche Schichtdicken von Schlick- und Gipsform einander gegenübergestellt. Der numerischen Auswertung von Gl. (4) und (21) wurden folgende Werte zugrunde gelegt:

$$D_1 = 0,04 \text{ cm}^2/\text{sec}; \quad D_2 = 0,01 \text{ cm}^2/\text{sec}; \\ L_{12} = 2; \quad d_1 = 10 \text{ cm}; \quad d_2 = 5 \text{ cm}; \\ t = 10, 100, 1000 \text{ sec}.$$

der Auswertung von Gl. (21) wurde für  $t = 10 \text{ sec}$  das 6. Glied noch berücksichtigt. Für  $t = 1000 \text{ sec}$  kommt man mit drei Gliedern aus.

Es kommt wohl deutlich zum Ausdruck, daß die schematisch einfachere Lösung (4), welche unendliche Schichtdicken (bzw. hinreichend kleine Zeiten) voraussetzt, nicht ohne weiteres auf den Fall endlicher Schichtdicken angewandt werden darf, sobald man die äußere Begrenzung der Gipsform scharf trocknet.

## 2. Verallgemeinerung der angewandten Methode auf $n$ Schichten.

Die Methode wird am Beispiel der linearen Diffusion erläutert, ist jedoch nicht darauf beschränkt. Die  $v$ -te Schicht, mit dem Diffusionskoeffizienten  $D_v$ , ist begrenzt durch die Ebenen  $x = a_{v-1}$  und  $x = a_v$ . Man erhält ein System von  $n$  Diffusionsgleichungen, durch  $n$ , zu Gl. (9) analoge Separationsansätze

$$\psi_v(x) \cdot e^{-(\lambda_v)^2 \cdot D_v \cdot t} \text{ für } a_{v-1} < x < a_v \text{ und } t > 0, \quad (22)$$

ein System von  $n$  Wellengleichungen zurückgeführt werden kann:

$$\frac{d^2 \psi_v}{dx^2} + \lambda_v^2 \cdot \psi_v = 0 \text{ für } a_{v-1} < x < a_v. \quad (23)$$

den äußeren Begrenzungen des Systems können folgende Bedingungen vorschreiben:

$$c = 0, \quad (24a)$$

und

$$\frac{\partial c}{\partial x} = 0, \quad (24b)$$

$$c + p \frac{\partial c}{\partial x} = 0, \text{ mit } p = \text{konst.} \quad (24c)$$

Außerdem gelten an jeder Trennungsfläche, sofern beim Durchgang des diffundierenden Mediums keine Komplikationen durch Doppelmolekülbildung oder dgl. eintreten:

$$c_v = L_{v,v+1} c_{v+1} \text{ für } x = a_v, \quad (25)$$

und

$$D_v \cdot \frac{\partial c_v}{\partial x} = D_{v+1} \cdot \frac{\partial c_{v+1}}{\partial x} \text{ für } x = a_v. \quad (26)$$

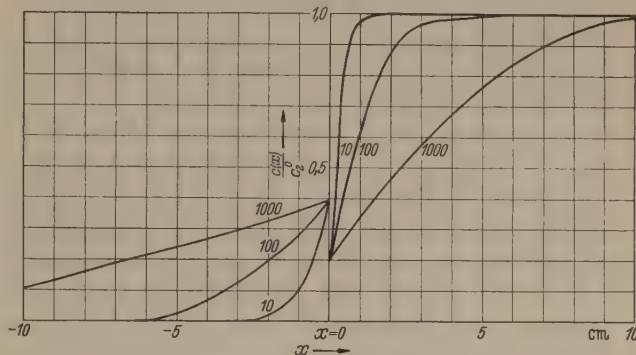


Abb. 2. Ansaugvorgang bei unendlicher Dicke von Schlicker und Gipsform [Gl. (4)].  $c(x, t)$  = Wasserkonzentration nach 10, 100 und 1000 sec.  $c_2^0$  = Anfangskonzentration im Schlicker.

Aus diesen Bedingungen, die wieder für alle Zeiten gelten sollen, erhalten wir für die Parameter  $\lambda_v$  die Rekursionsformel:

$$\lambda_{v+1} = \lambda_v \cdot \sqrt{\frac{D_v}{D_{v+1}}} = \lambda_{v-1} \cdot \sqrt{\frac{D_{v-1}}{D_v}} \cdot \sqrt{\frac{D_v}{D_{v+1}}} = \dots = \lambda_1 \cdot \sqrt{\frac{D_1}{D_{v+1}}} \quad (27)$$

und daraus

$$\lambda_n = \lambda_1 \cdot \sqrt{\frac{D_1}{D_n}}. \quad (27a)$$

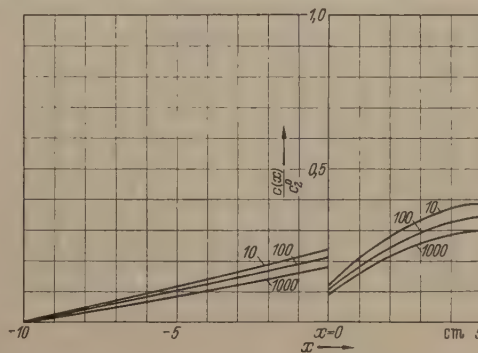


Abb. 3. Ansaugvorgang bei endlicher Dicke von Schlicker und Gipsform [Gl. (21)].  $c(x, t)$  = Wasserkonzentration nach 10, 100 und 1000 sec;  $c_2^0$  = Anfangskonzentration im Schlicker.

Die allgemeine Lösung von (23)

$$\psi_v(x) = \alpha_v \cdot \cos(\lambda_v x) + \beta_v \cdot \sin(\lambda_v x),$$

liefert uns, mit den Bedingungen (25) und (26), Rekursionsformeln für die willkürlichen Konstanten  $\alpha_{v+1}$  und  $\beta_{v+1}$ . Durch successive Anwendung dieser Rekursionsformeln stoßen wir schließlich auf die bei-



den Gleichungen:

$$\begin{aligned} \alpha_1 \cdot \cos(\lambda_1 a_1) + \beta_1 \cdot \sin(\lambda_1 a_1) &= L_{12} \times \\ &\times \{ \alpha_2 \cdot \cos(\lambda_2 a_1) + \beta_2 \cdot \sin(\lambda_2 a_1) \}, \quad (28) \\ -\alpha_1 \cdot \sin(\lambda_1 a_1) + \beta_1 \cdot \cos(\lambda_1 a_1) &= \sqrt{\frac{D_2}{D_1}} \times \\ &\times \{ -\alpha_2 \cdot \sin(\lambda_2 a_1) + \beta_2 \cdot \cos(\lambda_2 a_1) \}. \quad (28a) \end{aligned}$$

Hierin können wir  $\lambda_2$  wegen (27) durch  $\lambda_1$  ausdrücken, so daß in (28) und (28a) nur noch  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  und  $\lambda_1$  als Unbekannte vorkommen.  $\alpha_2$  und  $\beta_2$  lassen sich aus diesen beiden Gleichungen eliminieren und durch  $\alpha_1$ ,  $\beta_1$  und  $\lambda_1$  ausdrücken. Mit Hilfe der auf  $a_0$  vorgeschriebenen Bedingung können wir schließlich noch  $\beta_1$  eliminieren.

Wegen der Rekursionsformeln für  $\alpha_{v+1}$  und  $\beta_{v+1}$  können wir schreiben:

$$\alpha_v = \alpha_1 \cdot \alpha'_v \quad \text{und} \quad \beta_v = \alpha_1 \cdot \beta'_v.$$

In  $\alpha'_v$  und  $\beta'_v$  kommt nur noch  $\lambda_1$  vor. Setzen wir dies in die auf  $a_n$  vorgeschriebene Randbedingung ein, so können wir wegen deren Homogenität  $\alpha_1$  herausheben und wir erhalten eine Gleichung für die Eigenwerte  $\lambda_1^{(s)}$ . Damit ergeben sich die Eigenfunktionen des Problems, die wir unter Weglassung der Indizes  $s$  bei  $\alpha_1$ ,  $\alpha'_v$ ,  $\beta'_v$  und  $\lambda_v$  schreiben:

$$\begin{aligned} \psi_v^{(s)}(x) &= \alpha_1 \cdot \{ \alpha'_v \cdot \cos(\lambda_v x) + \beta'_v \cdot \sin(\lambda_v x) \} = \\ &= \alpha_1 \cdot \varphi_v^{(s)}(x). \quad (29) \end{aligned}$$

Zur Ermittlung des „Normierungsfaktors“  $\alpha_1$  wenden wir den GREENSchen Satz wie unter § 3 auf jede Schicht einzeln an. Nach Multiplikation mit der in jeder Schicht geltenden Konstanten  $D_v \cdot L_{1,v}$  und anschließender Summation über  $v$  von 1 bis  $n$ , erhalten wir wegen (24a) bis (24c) und wegen (25) und (26) unter Verwendung von (23) die erweiterte Orthogonalitätsrelation:

$$\alpha_1^{(s)} \cdot \alpha_1^{(r)} \cdot D_1 \cdot \sum_{v=1}^n L_{1,v} \cdot \int_{a_{v-1}}^{a_v} \varphi_v^{(s)} \cdot \varphi_v^{(r)} dx = \delta_{rs}. \quad (30)$$

Durch Entwicklung nach den, dieser Relation gehorchenden Eigenfunktionen (29) kann man die Lösung einer beliebigen Anfangsverteilung anpassen.

Es sei:

$$c(x, 0) = \begin{cases} c_1(x, 0) = f_1(x) & \text{in } a_0 < x < a_1 \\ c_2(x, 0) = f_2(x) & \text{in } a_1 < x < a_2 \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ c_v(x, 0) = f_v(x) & \text{in } a_{v-1} < x < a_v \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ c_n(x, 0) = f_n(x) & \text{in } a_{n-1} < x < a_n. \end{cases}$$

Wir setzen an:

$$f_v(x) = \sum_s A_s \cdot \psi_v^{(s)}.$$

Nach Multiplikation mit  $\psi_v^{(r)}$  und Integration über

$a_{v-1} \leq x \leq a_v$ , erhalten wir:

$$\int_{a_{v-1}}^{a_v} f_v \cdot \psi_v^{(r)} \cdot dx = \sum_s A_s \cdot \int_{a_{v-1}}^{a_v} \psi_v^{(s)} \psi_v^{(r)} dx.$$

Wir multiplizieren mit  $D_1 \cdot L_{1,v}$  und summieren über von 1 bis  $n$ :

$$\begin{aligned} D_1 \cdot \sum_{v=1}^n L_{1,v} \cdot \int_{a_{v-1}}^{a_v} f_v \psi_v^{(r)} dx &= D_1 \cdot \sum_{v=1}^n L_{1,v} \times \\ &\times \sum_s A_s \cdot \int_{a_{v-1}}^{a_v} \psi_v^{(s)} \psi_v^{(r)} dx. \end{aligned}$$

Wegen der Orthogonalitätsrelation (30) erhalten hieraus die Entwicklungskoeffizienten zu:

$$A_s = D_1 \cdot \sum_{v=1}^n L_{1,v} \cdot \int_{a_{v-1}}^{a_v} f_v(x) \cdot \psi_v^{(s)}(x) dx.$$

Damit haben wir die der vorgeschriebenen Anfangsverteilung genügende Lösung des Problems erhalten der Form:

$$c_v(x, t) = \sum_s A_s \psi_v^{(s)} \cdot e^{-(\lambda_v^{(s)})^2 \cdot D_v \cdot t}$$

für  $a_{v-1} \leq x \leq a_v$ .

Eine Übertragung der Methode auf ein Problem Wärmeleitung bereitet keine Schwierigkeiten. bringt vielmehr eine gewisse Vereinfachung in Berechnung der Normierungsfaktoren und der Entwicklungskoeffizienten mit sich, da die Bedingung (26) in diesem Falle übergeht in  $c_v = c_{v+1}$  an jeder Grenzfläche  $a_v$ .

Auch die Übertragung der allgemeinen Betrachtung auf mehrdimensionale Systeme bereitet keine Schwierigkeit; jedoch verursacht die numerische Auswertung dann eine erhebliche Rechenarbeit.

### Zusammenfassung.

Veranlaßt durch den Versuch, die Scherbenbildung bei der gießtechnischen Herstellung keramischer Gegenstände quantitativ zu behandeln, wird nichtstationäre Diffusionsvorgang im geschichteten Medium betrachtet, dessen Einzelschichten sich nur durch die Diffusionskoeffizienten, sondern auch durch die Wasseraufnahmefähigkeit unterscheiden.

Für die Anregung zu dieser Arbeit danke ich Herrn Prof. Dr. Ing. A. DIETZEL, Direktor des Max-Planck-Instituts für Silikatforschung, Würzburg. Mein hochverehrter Lehrer, Herrn Prof. Dr. phil. H. C. Würzburg, habe ich für die freundliche Überlassung der bereits erwähnten Arbeit zu danken. Beide Herren danke ich außerdem für anregende Diskussionen.

Cand. phys. EMIL DEEG, Würzburg,  
Max-Planck-Institut für Silikatforschung



# Über die Anreicherung von schwerem Wasser bei fraktionierter Destillation.

VON WOLFGANG EHRENBURG und HEINZ JAFFKE, Buenos Aires.

(Eingegangen am 19. Mai 1953.)

Der Bedarf von nur 10,7 Kcal Wärmeenergie pro Wasser gegenüber 68 Kcal elektrischer Energie bei fraktionierter Elektrolyse kann trotz der geringeren Leistung pro Einzelprozeß ersteren Vorgang als Gewinnungsverfahren dem letztgenannten konkurrenzfähig machen, wenn es gelingt, seinen Trennfaktor auf einen gewissen Mindestwert zu bringen. Auch bei dem hohen Trennfaktor der Elektrolyse zur Nachbehandlung erforderliche Energie verhältnismäßig klein ist, wächst das Verhältnis zwischen dem Gesamtenergiebedarf und dem Energieeffizienzfaktor des Einzelprozesses exponentiell mit abnehmendem Trennfaktor. Definiert man letzteren als den Quotienten zwischen dem  $D_2O/H_2O$ -Verhältnis im Ausgangsstand und dem  $D_2O/H_2O$ -Verhältnis im Destillat, berücksichtigt man, daß auch beim 10fachen der Verdampfungswärme des Wassers die Konkurrenzfähigkeit gegenüber der Elektrolyse noch geleistet ist, so bedeutet das, daß ein Trennfaktor von ca. 1,65 ausreichen würde. Damit könnte man mit 60% Ausbeute in 39 Stufen unter Rückführung des Destillats in den Prozeß der jeweils vorhergehenden Stufe aus natürlichem Wasser von 0,02 %  $D_2O$  ein Produkt mit ca. 65%  $D_2O$  erhalten. Verteilt man die Stufen auf die Stufe das verdampfte Wasser zu gleichen Teilen auf Rücklauf und Destillat, so macht jedes Mol Wasser, ehe es die 39stufige Batterie verläßt, einen vollständigen Verdampfungsprozeß durch.

Das Ziel eines Trennfaktors von 1,65 wurde in der vorliegenden Arbeit noch nicht erreicht — der bisher erzielte Wert betrug 1,30 — doch machen die beobachteten Zusammenhänge seine Erreichbarkeit wahrscheinlich. Leider war es durch besondere Umstände nicht möglich, die Versuche über diesen Bereich hinaus fortzuführen.

Unter den apparativen Bedingungen der fraktionierten Destillation wurden weitgehend variiert. Neben den üblichen Destillationskolben mit und ohne Fraktionsaufsatz wurde auch mit vertikalen Röhren gearbeitet, deren unterer Teil geheizt wurde unter gleichzeitiger Kühlung des Oberteils. Das Rohrinne unter Vakuum gesetzt werden. Für Dauerläufe waren diese Destillierrohre mit einer mehrstufigen Automatik versehen:

- mit einem automatischen Abschalter des Heizstroms bei Überschreitung der Solltemperatur;
- mit einer automatischen Nachfüllvorrichtung zur Aufrechterhaltung des Füllgrades unter Benützung eines Hg-Manometers als Steuerorgan, das zur Pufferung der Siedestöße mit einer regulierbaren Dämpfung versehen war.

- mit einer vom Destillat gesteuerten Rückstandsabfuhrvorrichtung, welche auf das gewünschte Destillat/Rückstand-Verhältnis eingestellt werden konnte.

Die Thermoelemente mit Cambridge-Strip-Chart-Registrierung registrierten die untere und obere Heizraumtemperatur, die untere und obere Kühlraumtemperatur. Als Bezugspunkt dienende Kühlwassertemperatur wurde von Zeit zu Zeit an einem Fernthermometer gemessen. Zur Kontrolle der Strömungsgeschwindigkeit

des Kühlwassers diente ein Staudruckmanometer. Nach einer Idee von R. RICHTER konnte die Destillationsgeschwindigkeit auf einem Brush-Recorder in ihrem Verlauf verfolgt werden, indem das Kühlerende mit seinen abfallenden Tropfen in den Brennpunkt einer Punktlichtlampe gebracht und mittels einer Kondensorlinie auf einem Sperrschiebphotoelement abgebildet wurde.

Als Wandmaterial diente bald Kupfer, bald Glas, wobei der Heizteil von Luft, Öl oder siedendem Wasser, der Kühlteil von ruhender oder strömender Luft, ruhendem oder strömendem Wasser oder von kondensierendem Dampf umgeben oder mit Asbestschnur umwickelt war. Zwecks richtiger Dimensionierung bei gegebener Temperatur und Leistung wurden die zugehörigen Wärmedurchgangszahlen ( $Kcal/m^2$  Std.-Grad) in besonderen Versuchsserien in ihrer Abhängigkeit vom Temperaturgefälle bzw. von der Wärmestromdichte vorher bestimmt.

Da am natürlichen Wasser eine Trennfaktorbestimmung mit den vorhandenen Mitteln nicht möglich war, wurden Mischungen aus schwerem und leichtem Wasser mit 5, 10, 25 und 50%  $D_2O$  verwendet. Die jeweilige  $D_2O$ -Konzentration wurde pyknometrisch bestimmt. Da hierbei der Trennfaktor  $f$  (s. o.) keine die Fehlergrenze überschreitende Konzentrationsabhängigkeit erkennen ließ, dürften die gefundenen Werte auch für natürliches Wasser gelten.

Die Temperaturdifferenzen zwischen Heizmantel und Rohrinne lagen bei Luftheizung zwischen 20° und 400°, bei Ölheizung zwischen 10° und 80°, bei Wasserbadheizung zwischen 5° und 30°; diejenigen zwischen Kühlmantel und Innenrohr variierten zwischen 10° und 90°. Das Rücklauf/Destillat-Verhältnis wechselte zwischen 0 und 20, das Destillat/Rückstand-Verhältnis zwischen  $1/2$  und 2.

Die in noch nicht ganz durchschaubarer Weise schwankenden Ergebnisse lassen sich durch die nachfolgende Tabelle charakterisieren, in welcher die mittleren Trennfaktoren in Abhängigkeit von den mittleren Wärmedurchgangszahlen von Heiz- und Kühlteil wiedergegeben sind. Diese ungewöhnliche Beziehung war die aus der Summe der Einzelwerte am klarsten hervortretende. Daneben war eine gewisse Gleichläufigkeit von  $f$  mit der Wärmestromdichte und, ausgenommen bei stark behinderter Kühlung, auch mit dem Rücklauf/Destillat-Verhältnis beobachtbar.

Wie Tabelle 1 zeigt, wächst  $f$  mit dem  $K$ -Wert sowohl des Heizteils wie des Kühlteils und es ist hiermit nach damit zu rechnen, daß beim Heizen mit kondensierendem Dampf bereits der Ersatz des (aus Beobachtungsgründen verwendeten) Glasrohrs durch ein Kupferrohr den  $f$ -Wert bis auf die eingangs besprochene Wirtschaftlichkeitsgrenze bringt. Als weitere Maßnahme zur  $f$ -Erhöhung käme der Ersatz des Kühlwassers durch (bei Unterdruck) siedendes Wasser in Betracht, da dies den  $K$ -Wert auch des Kühlteils auf die Größenordnung 10000 ( $Kcal/m^2$  Std.-Grad) brächte. Das Heizen mit Überdruckdampf wäre als dritte,  $K$ - und damit  $f$ -erhöhende Maßnahme ins Auge zu fassen.



Tabelle 1. Mittlere Lage der Trennfaktoren  $f$  bei

| K (Kcal/m <sup>2</sup> Std. Grad) |                   | Rücklauf/Destillat-Verhältnis |                |
|-----------------------------------|-------------------|-------------------------------|----------------|
| Heizung<br>ca.                    | Kühlung<br>ca.    | null<br>ca.                   | 1 bis 3<br>ca. |
| 50 <sup>1</sup>                   | 10 <sup>9</sup>   | 1,05                          | 1,00           |
| 50                                | 20 <sup>8</sup>   |                               | 1,05           |
| 50                                | 50 <sup>7</sup>   |                               | 1,10           |
| 50                                | 1000 <sup>6</sup> |                               | 1,12           |
| 50                                | 2000 <sup>5</sup> |                               | 1,14           |
| 250 <sup>2</sup>                  | 10 <sup>9</sup>   | 1,09                          |                |
| 250                               | 20 <sup>8</sup>   |                               | 1,09           |
| 250                               | 50 <sup>7</sup>   |                               | 1,15           |
| 250                               | 1000 <sup>6</sup> |                               | 1,20           |
| 250                               | 2000 <sup>5</sup> |                               | 1,23           |
| 1500 <sup>3</sup>                 | 500 <sup>4</sup>  |                               | 1,30           |
| 10 000 <sup>10</sup>              | 500 <sup>4</sup>  |                               | ?              |

<sup>1</sup> Heißluft / 1 mm Cu-Wand / siedendes Wasser;  $\Delta T \approx 200^\circ$ .<sup>2</sup> Ölbad / 1 mm Cu- oder Glas-Wand / siedendes Wasser;  $\Delta T \approx 50^\circ$ .<sup>3</sup> kondensierender Dampf / 1 mm Glaswand / siedendes Wasser;  $\Delta T \approx 30^\circ$  (Unterdruck).<sup>4</sup> fließendes Wasser / 1 mm Glaswand / kondensierter Dampf (Unterdruck).<sup>5</sup> fließendes Wasser / 1 mm Cu-Wand / kondensierter Dampf (1 Atm.).<sup>6</sup> fließendes Wasser / 1 mm Glas / kondensierter Dampf (1 Atm.).<sup>7</sup> bewegte Luft / 1 mm Glas- oder Cu-Wand / kondensierter Dampf.<sup>8</sup> ruhende Luft / 1 mm Glas- oder Cu-Wand / kondensierter Dampf.<sup>9</sup> ruhende Luft / 1 cm Asbestschicht / kondensierter Dampf.<sup>10</sup> kondensierter Dampf / 1 mm Cu-Blech / siedendes Wasser.

Zunächst sollte man annehmen, daß außer dem Wandmaterial nur die Wärmestromdichte auf den Siedevorgang von Einfluß sein könnte, eine Erwartung, die die genannten Ergebnisse widersprechen. Um zu prüfen, ob die in  $K$  ihren Ausdruck findende Wärmehochleistungsfähigkeit des Heizbades sich auch noch in anderer Weise auf den Siedeprozess äußert, wurde ein elektrischer Tauchsieder, das eine Mal mit Luft-, das andere mal mit Öl-Füllung, bei gleicher Heizstromleistung in ein Glas mit Wasser gesteckt, dessen Blasenentwicklung (nach Vorschlag von R. RICHTER) auf ein Photoelement projiziert und mittels Brush-Recorder registriert werden konnte. Das Ergebnis war, daß bei Ölfüllung des Tauchsieders die Durchschnittsgröße der Blasen kleiner war, aber das Stoßen häufiger und heftiger als bei Luftfüllung. Dies mag daher rühren, daß bei einem Heizbad geringer Wärmekapazität, z.B. bei Luftfüllung, eine an der Innenwand im Wachsen begriffene Dampfblase seiner Umgebung so viel Wärme entzieht, daß die Bildung weiterer Dampfblasen in ihrer Nachbarschaft unterdrückt wird. Dadurch wächst bei gleicher mittlerer Wärmestromdichte die Durchschnittsgröße der Blasen. Zugleich sorgen die so entstehenden lokalen Unterschiede für eine kräftige Konvektion, welche ihrerseits der Überhitzung mit nachfolgender explosiver Spontanverdampfung entgegenwirkt. Ein Heizbad hoher Wärmekapazität, z.B. Ölfüllung, dagegen liefert die bei der Blasenbildung verbrauchte Wärme so schnell nach, daß benachbarte Blasen einander im Wachstum nicht stören. Infolge der hiermit geringeren lokalen Unterschiede ist auch die Konvektion geringer und die Neigung zu Überhitzungserscheinungen größer. So ist also wahrscheinlich die spontane Blasenbildung der die Isotopentrennung fördernde Prozess, nicht die allmähliche Verdampfung an vorgebildeten Grenzflächen.

Die gesamte Trennwirkung setzt sich offenbar der Trennwirkung bei der Verdampfung und der Trennwirkung bei der Kondensation additiv zusammen. Wenn also unter gleichen Verdampfungsbedingungen eine unter Rücklauf vorgenommene Destillation einen kleineren Trennfaktor gibt als eine rücklauffreie Destillation, so bedeutet dies, daß der Kondensationsvorgang mit negativer Trennwirkung wirkt. Dies wurde beobachtet bei Zwischenschalten eines langen, asbestisolierten Rohres zwischen Heizzone und Destillatkühler, also gerade unter Bedingungen, wo bei einem normalen Zweistoffsystem besonders trennfördernd wirken. Bei nicht umhülltem Rohr an ruhender Luft, also bei etwas besserem Wärmeaustausch, durchlief der Anteil der Kondensation am Trenneffekt den Nullwert, um mit weiter wachsendem Wärmeaustausch (strömende Luft oder Wasser als Kühlmittel) immer positiver zu werden. Dies ist nach einer Überlappung zweier Prozesse aus, einer allmählichen mit negativem und einem gewaltsamen mit positiven Trennfaktor.

Wäre das Dampfdruckgleichgewicht für den Trennfaktor ausschlaggebend, dann müßte dieser umso höher sein, je langsamer sowohl die Verdampfung als auch die Kondensation erfolgt, während negative Werte überhaupt nicht vorkommen dürften. Wäre die geringere Reaktionsträgheit des leichteren Isotops allein entscheidend, so müßte das leichte Wasser nicht nur beim Sieden bevorzugt verdampfen, sondern auch im Kühlteil bevorzugt kondensieren. Dies wäre eine Erklärung für die gelegentlich negative Trennwirkung des Rücklaufprozesses. Das Positive der Rücklauf-Trennwirkung bei Beschleunigung des Kondensationsprozesses kann dagegen auf keine der beiden genannten Ursachen zurückgeführt werden, sondern ist als ein neues Trennprinzip zu betrachten, das mit spontaner Phasenneubildung verbunden scheint. Kommt doch als Zusatzprozess in der Grenzzone neben der allmählichen Kondensation an den gegebenen Grenzflächen nur die spontane Tropfenbildung in Betracht, als Gegenstück zur spontanen Blasenbildung beim Sieden. Dieser neue Trenneffekt hat mit der Thermodiffusion gemeinsam, daß er mit der Intensität des Energieaustausches wächst.

Wenn diese Überlegung richtig ist, sollte der Trennpansionsprozess in der WILSONKammer mit einem beträchtlichen Trenneffekt verbunden sein.

### Zusammenfassung.

Es wird über Versuche der Anreicherung von schwerem Wasser bei fraktionierter Destillation berichtet. Auf Grund der vorliegenden Ergebnisse wird vermutet, in welcher Richtung die Versuche fortgesetzt werden müßten, um den Trennfaktor von dem erreichten Wert 1,3 auf den aus wirtschaftlichen Gründen zu erstrebenden Wert 1,65 zu erhöhen.

Herrn Dr. RONALD RICHTER, der den Anstoß der vorliegenden Untersuchung gab, sei an dieser Stelle seine Unterstützung gedankt.

Dr. WOLFGANG EHRENBURG und HEINZ JAFFKE  
jetzt München 25, Wolfratshausenstr. 2



# Weiterführung der Theorie der positiven Niederdrucksäule I.

Von ERNST H. LUDWIG, Mannheim.

Mit 6 Textabbildungen.

(Eingegangen am 7. April 1953.)

## Liste der Bezeichnungen.

|   |   |   |
|---|---|---|
| Atomgewicht;  |   | zusätzlicher Index $m$ heißt Maximum des Wirkungsquerschnittes;   |
| Koeffizient für die Stoßwahrscheinlichkeit, erklärt durch (3);  | $R$                                       | Rohrradius;   |
| $B_{\mu\nu}$ auf die Besetzungswahrscheinlichkeiten bezogene Stoßwahrscheinlichkeit, erklärt durch (45) bzw. (48);      | $r$                                       | laufende Koordinate von $R$ ;   |
| $= (U_{m\mu\nu} + U_e)/U_{m\mu\nu}$ ;   | $s_0$                                     | Konstante der TONKS-LANGMUIRSchen Theorie; für zylindr. Entladung $= 0,7722$ ;  |
| Elektronen- und Ionenbeweglichkeit, Index 1 für $n = n_1$ ;   | $s_{\mu\nu}$                              | Wahrscheinlichkeit eines Elektronenstoßes I. Art, definiert durch (3); Index $-\mu\nu$ heißt Stoß II. Art;                    |
| $b_{10}$ Koeffizienten für Elektronen- und Ionenbeweglichkeit bei Abhängigkeit von $E/p$ , erklärt durch (57) und (59); | $\bar{s}_{\mu\nu}$                        | effektive Wahrscheinlichkeit eines Elektronenstoßes, definiert durch (18);  |
| Übergangswahrscheinlichkeit für eine Spektrallinie;   | $s_{0\infty}$                             | Ionisierungswahrscheinlichkeit im Einfachstoß;  |
| ambipolarer Diffusionskoeffizient, zusätzlicher Index 1 für $n = n_1$ ;   | $s_e$                                     | Wahrscheinlichkeit elastischer Zusammenstöße;   |
| zusätzlicher Index $w$ heißt Wand;  | $T_e$                                     | Elektronentemperatur in $^{\circ}\text{K}$ ;  |
| Diffusionskoeffizient metastabiler Atome, erklärt durch (12a);  | $T_g$                                     | Gastemperatur in $^{\circ}\text{K}$ ;   |
| Längsgradient;  | $U$                                       | laufende Potentialdifferenz;  |
| Elementarladung $1,601 \cdot 10^{-19}\text{ C}$ ;   | $U_e, U_i$                                | Elektronen- bzw. Ionentemperatur im Voltäquivalent $11\,600^{\circ}\text{K} \dots 1\text{ V}$ ;                               |
| Basis der natürlichen Logarithmen;  | $U_g$                                     | Gastemperatur im Voltäquivalent;  |
| Formfunktion des Wirkungsquerschnittes, erklärt durch (3);  | $U_k$                                     | Voltäquivalent des Verlustes an kinetischer Trägerenergie beim Auftreten auf die Wand;  |
| statistisches Gewicht eines angeregten Zustandes; Index 0 heißt Grundzustand;   | $U_{\mu\nu}$                              | Differenz zwischen den Anregungsspannungen des $\nu$ -ten und $\mu$ -ten Niveaus;   |
| Korrekturfaktor der Diffusionstheorie, erklärt durch (7), (60);   | $U_{m\mu\nu}$                             | Differenz zwischen Anregungsspannung für das Maximum des Wirkungsquerschnittes und minimaler Anregungsspannung, siehe Abb. 1; |
| PLANCKSches Wirkungsquantum $6,610 \cdot 10^{-34}\text{ Ws}^2$ ;  | $v_e$                                     | mittl. thermische Elektronengeschwindigkeit;  |
| Entladungsstromstärke;  | $v_g$                                     | mittl. thermische Geschwindigkeit der Gasmoleküle;  |
| Intensität einer Spektrallinie;   | $v_{iw}$                                  | radiale Ionengeschwindigkeit zur Wand;  |
| Stromdichte einer Entladung;  | $w_e$                                     | wahrscheinlichste Elektronengeschwindigkeit;  |
| Elektronen- bzw. Ionenstromdichten zur Wand; zusätzlicher Index $s$ heißt Sättigungswerte;                              | $x$                                       | Ionisierungsgrad;   |
| BOLTZMANNkonstante $1,380 \cdot 10^{-23}\text{ Ws/grad}$ ;  | $Y(\varrho)$                              | Trägerverteilungsfunktion, erklärt durch (4);   |
| Absorptionskoeffizient in der Linienmitte, erklärt durch (13a);   | $Y_1, Y_2$                                | Integrale, erklärt durch (4);   |
| Koeffizient der Volumrekombination;   | $Z$                                       | Zustandssumme, erklärt durch (21); Index $\infty$ heißt thermisches Gleichgewicht;  |
| Elektronen- bzw. Ionenmasse;  | $\varepsilon_{\mu\nu}, \varepsilon_{\nu}$ | Energie je $\text{cm}^2$ zur Erhaltung eines unvollständigen Gleichgewichtes;   |
| Zahl der Teilchen je cm Säule;  | $\eta_0$                                  | Konstante der TONKS-LANGMUIRSchen Theorie; für zyl. Entladung $= 1,155$ ;   |
| $V_i$ Zahl der Elektronen bzw. Ionen je cm Säule;   | $\kappa$                                  | $= 2\,m_e/m_i$ ;  |
| Gaskonzentration, Teilchen je $\text{cm}^3, \equiv n_1 p$ ;   | $\kappa_e, \kappa_i$                      | Exponenten für die Abhängigkeit der Beweglichkeit von $E/p$ ;   |
| Zahl der neutralen Teilchen je $\text{cm}^3$ ;  | $\lambda_0$                               | Wellenlänge einer Spektrallinie im Linienzentrum;   |
| Zahl der Elektronen bzw. Ionen je $\text{cm}^3$ ;   | $\lambda_1$                               | 1. Nullstelle der BESSELFunktion $J_0$ ;  |
| Zahl der angeregten Atome je $\text{cm}^3$ ;  | $\lambda_i$                               | freie Ionenweglänge;  |
| Gaskonzentration für $p = 1$ entsprechend $3,54 \cdot 10^{16}\text{ Teilchen/cm}^3, \text{ Torr}$ ;                     | $\nu$                                     | Frequenz einer Linie;   |
| $n_{e0}$ Elektronenkonzentration an der Wand bzw. in der Säulenachse;   | $\varrho$                                 | bezogener Rohrradius $r/R$ ;  |
| $n_{i0}$ Ionenkonzentration an der Wand bzw. in der Säulenachse;  | $\varrho_0$                               | $\geq 1$ , bezogener Radius, für den $Y(\varrho_0) = 0$ ;   |
| Physikalischer Druck;   | $\sigma$                                  | Stufenzahl der Anregung;  |
| auf $0^{\circ}\text{C}$ reduzierter Druck, $\equiv n/n_1$ ;   | $\tau$                                    | mittlere Trägerlebensdauer;   |
| differentieller Wirkungsquerschnitt in $\text{cm}^2$ ,  | $\tau_{\nu n}$                            | mittlere Lebensdauer des angeregten Zustandes des isolierten Atoms;   |
|   | $\tau_{\mu}, \tau_{\nu}$                  | mittlere effektive Lebensdauer des $\mu$ -ten ( $\nu$ -ten) Anregungszustandes;   |
|   | $\omega_{\mu}, \omega_{\nu}$              | Besetzung eines Zustandes im thermischen Gleichgewicht, erklärt durch (17).   |



## I. Theorie.

Eine Theorie der positiven Säule wurde wohl zum erstenmal von W. SCHOTTKY [1] im Jahre 1924 ausgearbeitet (Diffusionstheorie). Im Jahre 1929 nahmen L. TONKS und J. LANGMUIR [2] eine sehr umfassende Verallgemeinerung vor, die auch die bisherige SCHOTTKYSche Theorie einschloß.

In beiden zitierten Arbeiten wurde das Hauptaugenmerk auf die Berechnung der radialen Verteilung der Trägerkonzentration gerichtet, wobei angenommen wurde, daß die Trägerneuerzeugung proportional der Elektronen-Konzentration sei. Der maßgebende Mechanismus bei dieser Art der Trägererzeugung ist die direkte Ionisierung durch Elektronenstoß.

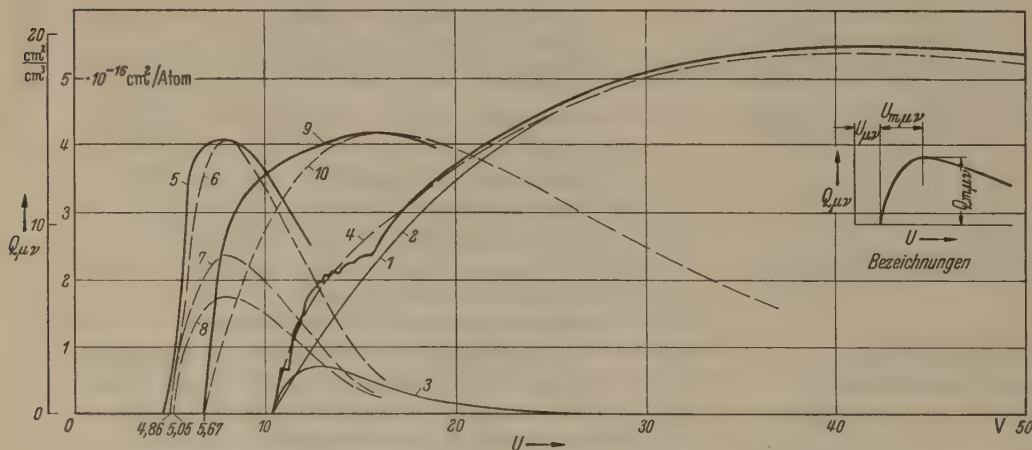


Abb. 1. Ionisierungs- und Anregungsquerschnitte von Quecksilberdampf 1. Ionisierungsquerschnitt nach [18]; 2, 3. Teilfunktionen nach (1); 4. Approximation des Ionisierungsquerschnittes; 5. Gesamtanregungsquerschnitt der Niveaus  $^3P_{2,1,0}$  nach [19]; 6. Approximation von 5; 7. Approximation für Anregung von  $^3P_1$ ; 8. Approximation für Anregung von  $^3P_{2,1,0}$ ; 9. Anregungsquerschnitt des Niveaus  $^1P_1$  nach [19]; 10. Approximation von 9.

Die Berechnung einer Elektronentemperatur und des Längsgradienten wird in beiden Arbeiten nur angedeutet, da es bei dieser einfachen Annahme für die Trägerneuerzeugung kaum möglich ist, die beobachteten Zusammenhänge zwischen Entladungsstromstärke, Gasdichte und Elektronentemperatur allgemein zu beschreiben. Die Einbeziehung der so wesentlichen Stufenprozesse bei der Ionisierung und Anregung stellte zu jenem Zeitpunkt eine beinahe unüberwindliche Schwierigkeit dar. Nur für den Bereich kleinster Gasdichten (genauer  $Rp$ -Werte), in welchem (wie empirisch gefunden) Stufenprozesse keinen großen Einfluß auf die Trägerbilanz ausüben, gelang aufgrund der einfachen Annahme einer direkten Ionisierung bzw. einstufigen Anregung durch Elektronenstoß die Berechnung der Elektronentemperatur und des Längsgradienten einer positiven Säule in Hg-Dampf [2], [3].

In der vorliegenden Arbeit soll nun versucht werden, die Theorie der positiven Säule soweit zu ergänzen, daß die Berechnung der Elektronen-Temperatur und des Längsgradienten für eine stationäre Niederdrucksäule allgemein möglich wird. Dabei umschließt die vorgetragene Theorie in ihrer allgemeinen Form auch die wandstabilisierte Hochdrucksäule. Wenn wir uns trotzdem bei Spezialisierungen auf die ND-Säule beschränken, so liegt es darin begründet, daß die Theorien von TONKS und LANGMUIR bzw. SCHOTTKY sehr bequeme Beziehungen zwischen Geometrie (radialer Trägerverteilung) und notwendiger Trägerneuerzeugung geben.

## Voraussetzungen.

Wir müssen uns im Interesse der mathematischen Formulierbarkeit des physikalischen Inhaltes gewisse Einschränkungen bezüglich der Allgemeinheit auferlegen. Diese sind:

1. Die Säule ist in axialer Richtung homogen.
2. Sie ist zeitlich im stationären Zustand.
3. Sie besteht aus einem Gemisch von neutralen angeregten und ionisierten Atomen oder Molekülen, Elektronen und Photonen.
4. Die Gruppen der Atome einerseits und Elektronenensembles andererseits haben MAXWELLSche Geschwindigkeitsverteilungen mit entsprechenden zugeordneten Temperaturen.

5. Alle der Säule zugeführte Energiestrom wird von den im Längs beschleunigten Elektronen. Zusätzliche Anregungs- und Ionisierungshilfen (Einstrahlung) sind nicht zugelassen.

6. Als Elementarprozesse in der Säule (ständige Mechanismen) sind erlaubt:

a) Austausch ionisierter Energie durch elastische Stöße. Anregung, welche thermisches Gleichgewicht verleiht: Wärmeabgabe an die Umgebung.

b) Elektrische Anregung, Stoß I. Art mit dem inversen Prozeß Stoßes II. Art.

Störung bei der Gleichgewichtsausbildung: spektrale Strahlung in die Umgebung als auch Atomdiffusion zur Wand mit anschließender Zerstörung des angeregten Zustandes.

c) Ionisierung mit dem inversen Prozeß der Rekombination im Dreier-Stoß. Störung: Trägerdiffusion zur Wand.

d) Photo-Anregung (Strahlungsabsorption) mit dem inversen Prozeß der spektralen Strahlung. Störung: Ausstrahlung über den Säulenbereich hinaus in die Umgebung und Diffusion Angeregter zur Wand.

e) Photo-Ionisierung mit dem inversen Prozeß der Volumen-Rekombination. Störung: Trägerdiffusion und Rekombinationsstrahlung.

Um die Ausdrücke für das unvollständige Gleichgewicht ableiten zu können, sind einige Vorarbeiten notwendig, die Verfeinerungen und Verallgemeinerungen bereits bekannter Resultate zum Gegenstand haben. Es sind dies: die Berechnung der Wahrscheinlichkeit eines Elektronenstoßes gegen ein Atom aus dem Wirkungsquerschnitt der betreffenden Stoßart, die Ableitung eines allgemeinen Ausdrucks für die mittlere Trägerlebensdauer sowie eine Betrachtung über effektive Lebensdauer angeregter Atome.

## Die Wahrscheinlichkeit von Elektronenstoßen.

Gegeben sei, wie z. B. in Abb. 1 für Quecksilber der Wirkungsquerschnitt eines Stoßprozesses (Übergang vom Niveau  $\mu$  zum Niveau  $\nu$ ) als Funktion der Elektronenenergie.



en Wirkungsquerschnitt approximieren wir durch die  
el (1), [4]

$$Q_{\mu\nu} = Q_{m\mu\nu} \frac{U - U_{\mu\nu}}{U_{m\mu\nu}} \cdot e^{-\frac{U - U_{\mu\nu}}{U_{m\mu\nu}}} + 1 \quad (1)$$

Bezeichnungen sind Abb. 1 zu entnehmen. Der Aus-  
(1) gestattet eine außerordentlich elastische Anpassung  
verschiedenen Formen der Wirkungsquerschnitte.  
durch Kombination mehrerer Ausdrücke der Form (1)  
den Wirkungsquerschnitte mit 2 Maxima approximiert  
en.

für eine MAXWELLSche Geschwindigkeitsverteilung der  
Ionen ist die Wahrscheinlichkeit eines Elektronenstoßes  
Stoßausbeute genannt)

$$s_{\mu\nu} = \int_{v_\mu}^{\infty} v_e Q_{\mu\nu} \frac{4}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{v_e^2}{w_e^2}} \frac{v_e^2}{w_e^2} d\left(\frac{v_e}{w_e}\right) \quad (2)$$

man (1) in (2) ein, wobei man  $\frac{v_e^2}{w_e^2} = \frac{U}{U_e}$  substituiert,  
nn man integrieren und erhält

$$\left. \begin{aligned} &= A_{\mu\nu} \sqrt{U_e} f_{\mu\nu}(b) e^{-\frac{U_{\mu\nu}}{U_e}} \\ &= \sqrt{\frac{8e}{\pi m_e}} e \frac{Q_{m\mu\nu} U_{\mu\nu}}{U_{m\mu\nu}} \\ &= 1,82 \cdot 10^8 \frac{Q_{m\mu\nu} U_{\mu\nu}}{U_{m\mu\nu}} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{Volt}^{1/2} \text{ sec}} \\ &= \frac{b + \frac{2U_e}{U_{\mu\nu}}}{b^3} \quad b = \frac{U_{m\mu\nu} + U_e}{U_{m\mu\nu}} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Funktion  $f_{\mu\nu}(b)$  beginnt für  $U_e = 0$  mit 1 und weicht in  
egel nicht viel von diesem Wert ab, so daß für Näherungen  
 $\approx 1$  gesetzt werden kann.

#### Die mittlere Trägerlebensdauer.

us der Überlegung, daß die Zahl der je cm Säulenlänge  
der Wand bzw. im Volumen rekombinierenden Träger  
n der Trägerneuerzeugung in diesem Volumen sein muß

$$\int_0^R k_0 n_e n_i 2\pi r dr + 2\pi R n_{iw} v_{iw} = \frac{N_e}{\tau}$$

ten wir unter Verwendung der als bekannt vorausgesetz-  
radialen Trägerverteilungsfunktion

$$\left. \begin{aligned} Y(\varrho) &= \frac{n_i}{n_{i0}} = \frac{n_e}{n_{e0}} \quad \text{wobei} \quad \varrho = \frac{r}{R} \\ Y'(\varrho) &= \frac{R}{n_{i0}} \frac{dn_i}{dr}, \quad Y_1 = \int_0^1 Y(\varrho) 2\varrho d\varrho, \\ &Y_2 = \int_0^1 Y(\varrho)^2 2\varrho d\varrho \\ N_e &= \int_0^R n_{e0} Y(\varrho) 2\pi r dr = \pi R^2 n_{e0} Y_1 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

allgemeinen gültigen Ausdruck für die mittlere Träger-  
sdauer

$$\frac{1}{\tau} = \frac{2 Y(1)}{Y_1} \cdot \frac{v_{iw}}{R} + \frac{Y_2}{Y_1} k_0 n_{e0} \quad (5)$$

i kann die Trägerverteilungsfunktion  $Y(\varrho)$  durch Stufen-  
esse, Unkonstanz der Gasdichte und der Elektronen-  
peratur über den Querschnitt beliebig beeinflußt sein.

#### Spezialisierungen von (5).

ei der allgemeinen Diffusionstheorie ist die radiale  
windigkeit der Ionen  $v_{iw}$  zur Wand gleich ihrer Diffu-

sionsgeschwindigkeit im Plasmarand und aus

$$-D_a \left( \frac{dn_i}{dr} \right)_{r=R} = -D_a \frac{n_{e0}}{R} Y'(1) = n_{iw} v_{iw} = n_{e0} Y(1) v_{iw}$$

zu berechnen. Damit erhält man anstelle von (5)

$$\frac{1}{\tau} = -\frac{2 Y'(1)}{Y_1} \frac{D_{aw}}{R^2} + \frac{Y_2}{Y_1} k_0 n_{e0} \quad (6)$$

Der Vorteil von (6) besteht darin, daß man auch in Fällen  
in denen die Berechnung der radialen Trägerverteilung wegen  
mathematischer Schwierigkeiten hoffnungslos wird (z. B.  
Einschnürung), immer noch durch plausible Annahmen für  
 $Y(\varrho)$  einen Wert für die Trägerneuerzeugung  $1/\tau$  abschätzen  
und mit diesem weiterrechnen kann.

Für die SCHOTTKYSche Diffusions-Theorie mit den Voraus-  
setzungen  $n$  und  $U_e$  = konst. über den Querschnitt, Ioni-  
sierung durch Einfachstoß, keine Volum-Rekombination und  
radiale Trägerverteilungsfunktion = BESSEL-Funktion 0-ter  
Ordnung, erhält man

$$-2 Y'(1)/Y_1 = \lambda_1^2 = \text{konst.}$$

Da aber in dieser häufigsten Art der Zitierung zusätzlich  
die besonders für kleine  $Rp$ -Werte unzulässige Annahme  
einer an der Wand verschwindenden Elektronenkonzentration  
liegt, so fügen wir ein Korrekturglied  $(1+H)^2$  zu und erhalten  
für die SCHOTTKYSche Diffusionssäule bei  $\lambda_i < R$  genauer

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\tau p} &= \frac{\lambda_1^2}{(1+H)^2} \frac{D_{a1}}{(Rp)^2} \\ \text{mit} \quad D_{a1} &= b_{i0} (U_e + U_i) \left( \frac{E}{p} \right)^{-\kappa_i} \\ \text{und} \quad H &= \frac{4 j_{es} D_{a1}}{v_e j_{is} R p} = \sqrt{\frac{2\pi m_e}{e}} \frac{b_{i0} j_{es} \sqrt{U_e}}{(E R)^{\kappa_i} j_{is} (Rp)^{1-\kappa_i}} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Zur Ableitung von  $H$  benützen wir die Tatsache, daß der  
ambipolare Diffusionsstrom zur Wand zahlenmäßig gleich dem  
Elektronen-Anlaufstrom gegen die Potentialdifferenz Plas-  
marand — Wand =  $U_W - U_R$  sein muß [5]

$$\begin{aligned} -2\pi R \left( D_a \frac{dn_i}{dr} \right)_{r=R} &= 2\pi R \frac{n_{ew} v_e}{4} e^{-\frac{U_W - U_R}{U_e}} \\ &= 2\pi R \frac{n_{ew} v_e}{4} \frac{j_{is}}{j_{es}} \end{aligned}$$

Daraus nach Einsetzen von (4)

$$-\frac{Y(1)}{Y'(1)} = \frac{4 j_{es} D_{a1}}{v_e j_{is} R p} = H \quad (8)$$

Andererseits ist, wenn  $\varrho_0 (> 1)$  den Radius bedeutet, bei wel-  
chem die Trägerverteilungsfunktion Null wäre,

$$Y(1) = -(\varrho_0 - 1) Y'(\varrho_0) \approx -(\varrho_0 - 1) Y'(1) \quad (9)$$

und damit

$$\frac{2 Y'(1)}{Y_1} = \frac{\lambda_1^2}{\varrho_0^2} = \frac{\lambda_1^2}{\left(1 - \frac{Y(1)}{Y'(1)}\right)^2} = \frac{\lambda_1^2}{(1+H)^2} \quad (10)$$

Die Trägerdichte an der Wand ist

$$Y(1) = -\frac{H \cdot \lambda_1}{\varrho_0} \cdot J_1(\lambda_1) \approx \frac{H}{1+H} \quad (11)$$

Die so angebrachte Korrektur ist besonders für kleine Gas-  
dichten an der Gültigkeitsgrenze der SCHOTTKYSchen Theorie  
nicht unerheblich.

Wird die freie Weglänge  $\lambda_i$  der Ionen vergleichbar mit dem  
Rohrradius, so bestimmt sich die radiale Geschwindigkeits-  
komponente der Ionen (wegen Abwesenheit von Zusammen-  
stößen mit den Gasmolekülen) unmittelbar aus der durch-  
fallenen radialen Potentialdifferenz zwischen Entladungs-  
achse und Plasmarand  $U_{01} = \eta_0 U_e$ . Da nicht alle Ionen in  
der Achse starten und die volle  $U_{01}$  entsprechende Geschwin-  
digkeit erreichen, so fügen wir noch  $k_i$  hinzu.

$$v_{iw} = k_i \sqrt{\frac{2e\eta_0 U_e}{m_i}}$$



eingesetzt in (5) gibt wegen Abwesenheit von Volumrekombination für  $\lambda_i \geq R$

$$\frac{1}{\tau p} = \frac{2 Y(1) k_i \sqrt{\eta_0}}{Y_1} \sqrt{\frac{2e}{m_i}} \frac{\sqrt{U_e}}{R p} - s_0 \sqrt{\frac{2e}{m_i}} \frac{\sqrt{U_e}}{R p}. \quad (12)$$

Dies ist auch das Ergebnis der TONKS-LANGMUIRSchen Theorie für den Fall  $CL\lambda$ , [2] welcher für  $\lambda_i > R$  anzuwenden wäre, (C... zylindrische Entladung, L...  $\lambda_i > R$ ,  $\lambda$ ... Trägerneuerzeugung proportional  $n_e$ . Der Fall  $CL\lambda$  ist außerdem referiert bei WASSERRAB [22], 2. Zitatstelle.)

SPENKE [6] untersuchte inwieweit bei der Diffusionstheorie durch die Zulassung von quadratischen Stufenprozessen die radiale Trägerkonzentrationsverteilung nach BESSEL gestört wird, fand aber nur geringe Abweichungen. Folglich unterscheiden sich auch die Werte für  $Y'(1)$  und  $Y_1$  wenig von denen ohne Stufenprozesse und (7) ist weitgehend unabhängig davon, auf welche Art die Trägerneuerzeugung in der zylindrischen Entladung erfolgt. Eine ähnliche Untersuchung für die TONKS-LANGMUIRSche Theorie liegt nicht vor, doch ist anzunehmen, daß sich auch hier keine größeren Abweichungen ergeben und (12) gültig bleibt, umso mehr als Stufenprozesse bei kleinsten Gasdichten nur von untergeordneter Bedeutung sind.

An Voraussetzungen zur Anwendung von (7) und (12), welche wir im folgenden bei Spezialisierungen auf die ND-Säule vorwiegend verwenden wollen, bleiben somit übrig: Gasdichte  $n$  und Elektronentemperatur  $U_e$  über den Querschnitt konstant, keine Volum-Rekombination.

#### Mittlere effektive Lebensdauer angeregter Zustände.

In der Säule seien durch Prozesse der Art b) S. 378 angeregte Atome entstanden, von denen jede Art isoliert betrachtet eine bestimmte natürliche mittlere Lebensdauer  $\tau_n$  hat. Nach Ablauf dieser Zeit wird die Anregungsenergie in Form eines Photons ausgestrahlt und die Voraussetzung für Prozesse der Art d) geschaffen. Hat die Säule einen genügend großen  $R p$ -Wert, so tritt Strahlungsdiffusion auf.

Die damit verbundene mehrmalige Übergabe der Anregungsenergie von Atom zu Atom, vor dem endgültigen Ausschleiden aus der Säule, bedeutet eine effektive Verlängerung der Lebensdauer des angeregten Zustandes auf ein Vielfaches der natürlichen.

Die Koppelung von elektrischer Anregung und Strahlungsdiffusion erscheint zunächst als eine wesentliche Erschwerung der gestellten Aufgabe; doch läßt sie sich für den weitaus wichtigsten Fall, nämlich der elektrischen Anregung der Resonanzniveaus und Reabsorption der damit verbundenen Resonanzstrahlung lösen.

Wir teilen die angeregten Atome zwecks Beurteilung der mittleren effektiven Lebensdauer in 3 Gruppen:

#### Metastabile Zustände.

Die große natürliche Lebensdauer der metastabilen Zustände bewirkt, daß ihre Rückkehr in den Grundzustand bei der ND-Säule im allgemeinen nicht durch Strahlung, sondern durch Zusammenstoß mit der Wand folgt. Die Berechnung der effektiven mittleren Lebensdauer ist damit ein Atom-Diffusions-Problem.

Für Konzentration der Metastabilen, die weit unter der des thermischen Gleichgewichtes liegen, hat FABRIKANT [7] einen Ausdruck abgeleitet, der (7) mit  $H = 0$  entspricht und anstelle des ambipolaren Diffusionskoeffizienten einen Diffusions-Koeffizienten für die Metastabilen der Form (12a) verwendet, jedoch ohne den eckigen Klammerausdruck

$$D_M = \frac{v_g}{3 \cdot 4 \sqrt{2} \pi n_0^2 n_0 \left[ 1 + \frac{n_M}{n_0} \left( \frac{r_0 + r_M}{2 r_0} \right)^2 \right]} \quad (12a)$$

$r_0, r_M$ ... Radien der neutralen bzw. metastabilen Atome,  $n_M$ ... Konzentration der Metastabilen.

Für größere Konzentration nahe der des thermischen Gleichgewichtes muß man auf den Ausdruck (6) zurückgehen und erhält

$$\tau_M = - \frac{Y_{1M}}{2 Y'_M(1)} \frac{R^2}{D_M}. \quad (12b)$$

Das Verhältnis  $2 Y'_M(1)/Y_{1M}$  wird mit zunehmender Annäherung an das thermische Gleichgewicht von  $\lambda_i^2$  abweichen und kleiner, da sich die Konzentrationsverteilung über den Querschnitt zunehmend verflacht,  $Y'_M(1)$  also kleiner und

$Y_{1M}$  größer wird. Um Formel (7), die mit der Annahme  $F$  etwa 5–10fach zu kleine Werte gibt, verwenden zu können, müßte man eine geeignete Berechnungsgrundlage für Korrekturfaktor  $H$  für Metastabile finden. Dies ist jedoch jetzt noch nicht gelungen. Die den Berechnungen FABRIKANT [7] zugrunde liegende Annahme  $n_M w =$  genau so idealisiert wie die analoge  $n_{ew} = 0$  in der Treibensdauer-Berechnung. Nur ließ sich für die letztgenannte durch Berücksichtigung des Wandpotentials eine Zählbedingung finden.

#### Angeregte Atome höherer Terme.

Die Strahlungsdiffusion ist hier ein Prozeß, der zwischen angeregten Atomen verschieden hoher Niveaus vor sich geht. Ist das untere Niveau ebenfalls ein strahlungsfähiger Zustand, so wird man kaum eine Säule geeigneter Dimension finden, bei welcher sich eine Strahlungsdiffusion zwischen Zuständen so geringer Besetzungswahrscheinlichkeiten auswirken kann. Diese höheren Terme besitzen dann in der Regel nur natürliche Lebensdauer.

Ist das untere Niveau ein metastabiles, so ist die Ausbreitung einer Strahlungsdiffusion wahrscheinlicher und wir haben den verwickelten Fall, daß Konzentration und elektrische Anregung der Metastabilen sowie die zugehörige Strahlungsdiffusion nicht zu trennen sind. Wie diese Kopplung aussieht, geht aus der Formel für den Absorptionskoeffizienten (13) hervor, wonach dieser linear von der Konzentration absorptionsfähiger Atome, in unserem Fall also der Metastabilen abhängt.

#### Angeregte Atome der Resonanzniveaus.

Dies ist der weitaus wichtigste Fall, da der Strahlungsdiffusionsvorgang zwischen angeregtem und Grundzustand vor sich geht. Die mittlere effektive Lebensdauer eines angeregten Zustandes ist unter der Berücksichtigung der Strahlungsdiffusion für ein zylindrisches Rohr angenähert

$$\tau_\mu = 3 k_0 R \tau_{\mu n}$$

wenn  $k_0$  den Absorptionskoeffizienten in der Linieneinheit bezeichnet

$$k_0 = \frac{\lambda_0^3 n_0 g_\mu}{8 \pi \tau_{\mu n} g_0} \sqrt{\frac{m_i}{2 \pi k T_g}}$$

Eine genauere Ableitung ist bei HOLSTEIN [8] zu finden.

Die effektive Lebensdauer  $\tau_\mu$  ist wie aus (13) hervorzu sehen nur wenig von der Konzentration der angeregten Zustände abhängig, da die Konzentration der absorptionsfähigen neutralen Atome  $n_0 = n - \sum n_\nu$  wegen der Kleinheit der Summe der angeregten Atome gegenüber der gesamten Atanzahl praktisch konstant ist. Damit geht aber in die Berechnung der Konzentration der angeregten Atome der Resonanzniveaus aus direkten und inversen Stoßprozessen die mittlere effektive Lebensdauer nur als Funktion von  $R p$ , also für gegebene Gasdichte und Geometrie als Konstante ein.

#### Effektive Elektronenstoßzahl, Besetzung eines Zustandes im unvollständigen Gleichgewicht und Intensität der spektralen Strahlung.

Wir betrachten in Übereinstimmung mit ROSENBLUTH und SCHÖN [9] die Säule als ein System im unvollständigen thermischen Gleichgewicht. Durch die an der Begrenzung des Systems entzogene oder zugeführte Energie wird dem System ein thermisches Gleichgewicht aufrechterhalten, welches Energie in das System hinein liefern, müßte gegenüber der inversen bevorzugt sein.

Da wir als energieliefernde Prozesse nur Elektronenstöße voraussetzen, wird im unvollständigen Gleichgewicht immer ein Überschuß von Stoßarten I. Art vorhanden sein. Wir wollen die Wahrscheinlichkeit, mit der ein Atom durch Elektronenstoß in einen Zustand  $\nu$  gebracht wird, als effektive Stoßwahrscheinlichkeit  $\bar{s}_{\mu\nu}$  bezeichnen. Sie ist die Differenz der Wahrscheinlichkeiten zwischen direktem und inversen Prozeß.

$$n_e n \bar{s}_{\mu\nu} = n_e n_\mu s_{\mu\nu} - n_e n_\nu s_{\nu\mu},$$



aus

$$\bar{s}_{\mu\nu} = s_{\mu\nu} \frac{n_{\mu}}{n} - s_{-\mu\nu} \frac{n_{\nu}}{n}. \quad (15)$$

vollständigem thermischen Gleichgewicht ist die Nachlieferung von angeregten und ionisierten Ionen notwendig, also  $\bar{s}_{\mu\nu} = 0$ . Damit erhalten wir in (15) den Zusammenhang zwischen den Wahrscheinlichkeiten  $s_{\mu\nu}$  und  $s_{-\mu\nu}$  für die Stöße I. und II. Art eines Überganges

$$s_{-\mu\nu} = s_{\mu\nu} \frac{n_{\mu\infty}}{n_{\nu\infty}} = s_{\mu\nu} \frac{\omega_{\mu}}{\omega_{\nu}}. \quad (16)$$

Darin ist nach dem BOLTZMANNschen Energieverteilungssatz für thermisches Gleichgewicht  $\omega_{\nu}$  (bzw.  $\omega_{\mu}$ )

$$\omega_{\nu} = \frac{n_{\nu\infty}}{n_{0\infty}} = \frac{g_{\nu}}{g_0} e^{-\frac{U_{\mu\nu}}{U_e}}. \quad (17)$$

Die Wahrscheinlichkeiten von Elektronenstößen I. und II. Art ein und desselben Mechanismus sind unabhängig voneinander (Prinzip des detaillierten Gleichgewichts). Gleichung (16) in (15) eingesetzt ergibt dann für das unvollständige Gleichgewicht die effektive Wahrscheinlichkeit einer bestimmten Ionenart im realen Plasma,

$$\bar{s}_{\mu\nu} = s_{\mu\nu} \frac{n_0}{n} \left( \frac{n_{\mu}}{n_0} - \frac{n_{\nu}}{n_0} \frac{\omega_{\mu}}{\omega_{\nu}} \right) \quad (18)$$

Bruchteil der Wahrscheinlichkeit des isoliert betrachteten Stoßprozesses.

Mit Annäherung an das thermische Gleichgewicht der Klammerausdruck von (18) und damit  $\bar{s}_{\mu\nu}$  gegen 0.

Mit Hilfe der effektiven Stoßwahrscheinlichkeit läßt sich die Konzentration der Angeregten des  $\nu$ -ten Niveaus berechnen. Im zeitlich stationären Zustand ist der Verlust an Angeregten des  $\nu$ -ten Niveaus, durch die Plasmabegrenzung, ausgedrückt durch den Wert ihrer mittleren Lebensdauer, gleich der Erzeugung durch alle jene Stoßprozesse sein, die zum Niveau  $\nu$  führen. Das ergibt folgende Bilanz:

$$\frac{n_{\nu}}{\tau_{\nu}} = n_e n \sum_0^{\mu} \bar{s}_{\mu\nu}. \quad (19)$$

Setzt man (18) in (19) ein, so erhält man die Bedeutung des  $\nu$ -ten Zustandes, bezogen auf die Gesamtzahl

$$\frac{n_{\nu}}{n} = \frac{n x \tau_{\nu}}{Z} \frac{\sum_0^{\mu} s_{\mu\nu} \frac{n_{\mu}}{n_0}}{1 + n x \tau_{\nu} \sum_0^{\mu} s_{\mu\nu} \frac{\omega_{\mu}}{\omega_{\nu}}}. \quad (20)$$

In diesem Ausdruck ist  $Z = n/n_0$  die Zustandssumme des unvollständigen Gleichgewichtes. Aus

$$\frac{n_0}{n} = 1 - x - \frac{n_0}{n} \sum \frac{n_{\nu}}{n_0}$$

ergibt man

$$Z = \frac{1}{1-x} \left( 1 + \sum \frac{n_{\nu}}{n_0} \right). \quad (21)$$

Das thermische Gleichgewicht geht in die Zustandssumme für ein abgeschlossenes System unter

Berücksichtigung der Ionisierung über (siehe auch [10])

$$Z_{\infty} = \frac{1}{1-x_{\infty}} \left( 1 + \sum \frac{g_{\nu}}{g_0} e^{-\frac{U_{\nu}}{U_e}} \right). \quad (22)$$

Mit (19) und (20) kann man das beobachtete Verhalten der Konzentration der angeregten Atome und der spektralen Strahlung einer positiven Säule in Abhängigkeit von Gasdichte und Ionisierungsgrad begründen.

#### Besetzung eines Zustandes.

Für kleine Werte von  $x$  weicht der Nenner von (20) nur wenig von 1 ab und die Konzentration der Angeregten wächst proportional  $x^{\sigma}$ , wenn das  $\nu$ -te Niveau in  $\sigma$  Stufen erreicht wird. Diese Proportionalität

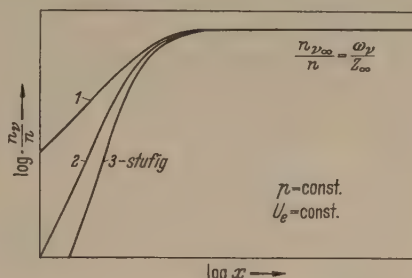


Abb. 2. Abhängigkeit der Besetzung des  $\nu$ -ten Anregungszustandes vom Ionisierungsgrad bei 1-, 2- und 3-stufigen Prozessen. Der Endwert  $\omega_{\nu}/Z_{\infty}$  ist für alle Prozesse willkürlich und gleich angenommen.

entsteht dadurch, daß in der Zählersumme von (20) bei  $\sigma$ -stufiger Anregung  $\frac{n_{\mu}}{n_0}$  proportional  $x^{(\sigma-1)}$  ist, wie aus der Anwendung von (20) auf die Vorstufen folgt (Abb. 2).

Kann ein Niveau (z. B.  $6^1P_1$  bei Hg) sowohl direkt als auch in Stufen (durch interkombinatorische Übergänge von den beiden metastabilen Niveaus  $6^3P_{0,2}$ ) erreicht werden, so finden wir für das anfängliche Wachsen der Konzentration mit dem Ionisierungsgrad die Proportionalität  $x + Cx^2$  [4].

Für große Werte von  $x$  (Termsättigung) kann man die 1 im Nenner von (20) vernachlässigen und die Besetzung wird, da sich nun  $n x \tau_{\nu}$  kürzt, unabhängig vom Ionisierungsgrad, konstant und gleich der des thermischen Gleichgewichtes. In Abb. 2 biegen die Anfangsgeraden verschiedener Steilheit in eine Horizontale um, die wir für unseren idealisierten Fall gemeinsam angenommen haben.

Die Gasdichteabhängigkeit von  $n_{\nu}/n$  sieht im Prinzip ähnlich wie die Abhängigkeit vom Ionisierungsgrad aus, da in (20) in erster Linie nur die Verbindung der 3 Größen  $n x \tau_{\nu}$  bestimmend ist.

#### Intensität einer Spektrallinie der Entladung.

Die Intensität einer vom  $\nu$ -ten Niveau ausgehenden Linie ist

$$I_{\nu\mu} = \frac{C_{\nu\mu} h \nu n_{\nu}}{\tau_{\nu}} = \frac{C_{\nu\mu} h \nu n^2 x}{Z} \left\{ \frac{\sum_0^{\nu} s_{\mu\nu} \frac{n_{\mu}}{n_0}}{1 + n x \tau_{\nu} \sum_0^{\nu} s_{\mu\nu} \frac{\omega_{\mu}}{\omega_{\nu}}} \right\} \quad (23)$$

mit  $C_{\nu\mu}$  = Übergangswahrscheinlichkeit;  $\sum C_{\nu\mu} = 1$ .



Bei *kleinen* Gasdichten ist der Nenner wieder etwa 1. Handelt es sich um eine *Resonanzlinie* ( $\mu = 0$ ) so ist deren Intensität proportional  $n^2 x s_{0\mu}$ . Der quadratische Anstieg der Linien-Intensität mit der Gasdichte wird durch die fallende Tendenz von  $s_{0\mu}$  ( $U_e$  fällt!) gemildert. Wir erhalten in Abb. 3 den Anfangsteil der stark ausgezogenen Kurve, der sich bei Veränderung des Ionisierungsgrades (in der doppelt logarithmischen Darstellung) parallel verschiebt.

Bei *größeren* Gasdichten kann man in (23) wieder die 1 im Nenner vernachlässigen. Da sich dann in den Resonanzniveaus bereits Strahlungsdiffusion ausgebildet hat, ist  $\tau_\nu$  nach (13) proportional  $n$ . Es kürzt sich in (23)  $n^2 x$  und die Strahlungsintensität  $I_\nu$  wird proportional  $s_{0\mu}$ , das wegen der mit zunehmender Gasdichte fallender Elektronentemperatur (exponentiell verstärkt) ebenfalls fallende Tendenz hat.

Im Übergangsgebiet, und zwar dort, wo die Strahlungsdiffusion für die betrachtete Resonanzlinie einsetzt, liegt das vielfach beobachtete Druckmaximum der Strahlungsintensität (Abb. 3 stark ausgezogene Kurve).

$$\frac{1}{\tau p} = \left\langle \frac{1}{(1+H)^2} \cdot \frac{s_0 \sqrt{U_e} \sqrt{\frac{2e}{m_i}}}{\lambda_1^2 \frac{D a_1}{(R p)^2}} \right\rangle = n_1 \left[ s_{0\infty} \left( 1 - \frac{x Z}{x_\infty Z_\infty} \right) + s_{1\infty} \left( \frac{n x \tau_1 s_{01}}{1 + n x \tau_1 s_{01} / \omega_1} - \frac{x Z}{x_\infty Z_\infty} \omega_1 \right) + \dots \right]$$

bisherige Form der Trägerbilanz

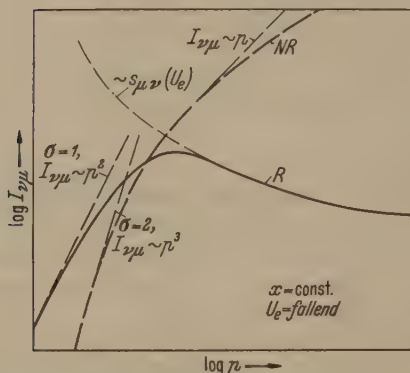


Abb. 3. Abhängigkeit der Intensität der Spektrallinien einer Entladung von der Gasdichte bei konstantem Ionisierungsgrad, aber fallender Elektronentemperatur. Kurve R: Verhalten der Resonanzlinien; Kurve NR: Verhalten von Nichtresonanzlinien.

Für *Nichtresonanzlinien* ist bei *kleinen* Gasdichten ausgehend von Niveaus, die in  $\sigma$ -Stufen gebildet werden, die Anfangsteilheit proportional  $n^{(\sigma+1)}$ .

Bei *großen* Gasdichten kann man die „1“ wieder vernachlässigen, und da für Nichtresonanzlinien  $\tau_\nu = \tau_n$  konstant ist, steigt die Intensität, nachdem Sättigung für die Vorstufenterme eingetreten ist ( $\sum n_\mu / n_0$  konst.) nur noch proportional mit  $n$  an (Zunahme der Leuchtdichte einer Gasentladungslampe mit dem Druck).

#### Trägerbilanz und Elektronentemperatur.

Gleichung (20) erlaubt die Berechnung der Besetzung des  $\nu$ -ten Zustandes, als den wir jetzt den ionisierten betrachten wollen. Dann ist die Lebensdauer  $\tau_\nu$  gleich der mittleren Trägerlebensdauer  $\tau$  und die Besetzung des  $\nu$ -ten Zustandes gleich dem Ionisierungsgrad  $x$ .

$$\frac{n_\nu}{n} = \frac{n_e}{n} = x, \quad \tau_\nu = \tau, \quad \omega_\nu = \frac{n_e \infty}{n_0 \infty} = x_\infty Z_\infty.$$

Setzen wir diese Beziehungen in (20) ein, so

$$x = \frac{n x \tau}{Z} \frac{\sum_0^\mu s_{\mu\infty} \frac{n_\mu}{n_0}}{1 + \frac{n x \tau}{x_\infty Z_\infty} \sum_0^\mu s_{\mu\infty} \omega_\mu}.$$

Daraus erhalten wir durch Herausziehen von  $\tau$  Trägerbilanz in der allgemeinsten Form

$$\frac{1}{\tau n} = \frac{1}{Z} \sum_0^\mu s_{\mu\infty} \left( \frac{n_\mu}{n_0} - \frac{x Z}{x_\infty Z_\infty} \omega_\mu \right).$$

In (25) sind durch die äußeren Entladungsbedingungen  $\tau$ ,  $x$  und  $n$  als gegeben zu betrachten und  $s_{\mu\infty}$ ,  $\omega_\mu$  und  $Z$ , welche alle eine Funktion der Elektronentemperatur sind, müssen sich geeignet stellen. Damit ist (25) gleichzeitig die Bestimmungs-gleichung für die Elektronentemperatur.

Um einen anschaulichen Vergleich mit dem bisherigen Stand der Theorie führen zu können, schreiben wir (25) für die speziellen Fälle (7) und (12) für  $\tau$  ausführlicher an.

Zur Diskussion wollen wir zunächst die Mitglieder, die erst bei Annäherung an den thermische Gleichgewichtszustand wirksam werden, unbeachtet lassen. Dann besteht der Ausdruck in der eckigen Klammer aus einer Reihe, deren Glieder im Zähler steigende Potenzen von  $n x$  aufweisen. Bei kleinen Gasdichten und Ionisierungsgraden spielen die Glieder mit  $n x$  keine Rolle gegenüber dem ersten Glied mit Stoßwahrscheinlichkeit  $s_{0\infty}$  für direkte Ionisierung und es bleibt bei der bisherigen Form der Trägerbilanz. Steigen aber Gasdichte und Ionisierungsgrad so überwiegen sehr bald die Glieder mit  $n x$  und es ist dann die mathematische Formulierung der bekannten Tatsache, daß durch Stufenprozesse bei gleichbleibender Elektronentemperatur aber zunehmender Elektronenkonzentration die Fähigkeit des Elektronenensembles zu ionisieren gewaltig ansteigt. Da nun die linke Seite von (26) im Vergleich zu den exponentiellen Abhängigkeiten der Stoßwahrscheinlichkeiten der rechten Seite wenig abhängig von  $U_e$  ist, so muß mit zunehmender Gasdichte und Stromstärke die Elektronentemperatur fallen.

Bei einer genaueren Betrachtung, deren Ergebnis etwa durch Abb. 4 wiederzugeben wäre, geht die Elektronentemperatur von einer oberen Grenze aus, welche verschwindendem Ionisierungsgrad entspricht ( $n x \rightarrow 0$ , nur Einfachstoß) gegen einer unteren Grenze, die dann erreicht wird, wenn die 1 in den Nennern der rechten Seite zu vernachlässigen ist.

Dies gilt so lange, als die negativen Glieder vernachlässigen sind. Bei Annäherung an das thermische Gleichgewicht,  $x \rightarrow x_\infty$ , verkleinert sich der Ausdruck in der eckigen Klammer wieder und die Elektronentemperatur muß, um (26) zu erfüllen, wieder ansteigen. Wir befinden uns dann im Bereich der HD-Säule.

Aus (25) geht übrigens ganz allgemein hervor, daß das thermische Gleichgewicht für die Ionisierung



merausdruck = 0) bei irdischen Verhältnissen als vollständig erreicht werden kann, denn das eine unendliche effektive Lebensdauer in allen Enden zur Voraussetzung. Daraus folgt aber, daß die bei allen Berechnungen für HD-Säulen echte Annahme eines thermischen Gleichgewichts inzipiell niemals erfüllbar ist.

Endige Leistung zur Erhaltung des unvollständigen Gleichgewichtes eines Plasmas; Längsgradient.

Das unvollständige Gleichgewicht ist eine Folge des unendlichen Energieentzuges durch die Begrenzung des Plasmas. Diese Verlustleistung wird im stationären Zustand der Säule vom Elektronenensemble dem äußeren Feld entnommen, nach Maßgabe der Stoßwahrscheinlichkeiten durch die einzelnen Stoßpartner in Form von potentieller und kinetischer Energie auf die Atome übertragen, welche sie ihrerseits an das Plasmabegrenzende in Form von Strahlung und Wärme der Umgebung wieder freigeben. Das stationäre Längsfeld oder der Längsgradient der Potentialsäule stellt sich dabei so ein, daß der eben erwähnte Energiefluß im Gleichgewicht ist.

Wir setzen mit der folgenden Betrachtung dort voraus, wo sich die in der Gesamtheit der Elektronen nach der MAXWELL-Verteilung enthaltene Energie auf die einzelnen Stoßprozesse verteilt, und zwar berechnen wir den Leistungsanteil, der im realen Plasma die Erregung des  $\mu$ -ten Anregungszustandes auf den  $\nu$ -ten Zustand überträgt. Die dazu notwendige Leistung je  $\text{cm}^3$  ist die effektive Stoßzahl je Sekunde für diesen Übergang multipliziert mit der für einen Einzelstoß benötigten Energie

$$e U_{\mu\nu} n_e n \bar{s}_{\mu\nu} = e U_{\mu\nu} n_e n s_{\mu\nu} \left( \frac{n_\mu}{n} - \frac{n_\nu \omega_\mu}{n \omega_\nu} \right). \quad (27)$$

Der gesamte Leistungsbedarf für das  $\nu$ -te Niveau ist die Summe der Teilbeträge für alle Übergänge, die zu  $\nu$  führen

$$\varepsilon_\nu = e n_e n \sum_0^\mu U_{\mu\nu} s_{\mu\nu} \left( \frac{n_\nu}{n} - \frac{n_\nu \omega_\mu}{n \omega_\nu} \right). \quad (28)$$

Wenn wir in (27)  $n_0$  anstelle  $n$ , weiter  $n_e = n x$  und schließlich  $n_\nu/n_0$  aus (20) ein, so ergibt sich die zur Erhaltung des  $\nu$ -ten Zustandes im unvollständigen Gleichgewicht notwendige Leistung zu

$$\varepsilon_\nu = \frac{e n^2 x}{Z} \left[ \sum_0^\mu U_{\mu\nu} s_{\mu\nu} \frac{n_\mu}{n_0} + \frac{\sum_0^\mu s_{\mu\nu} \frac{n_\mu}{n_0} \cdot \sum_0^\mu U_{\mu\nu} s_{\mu\nu} \omega_\mu}{1 + n x \tau_\nu \sum_0^\mu s_{\mu\nu} \frac{\omega_\mu}{\omega_\nu} \cdot \sum_0^\mu U_{\mu\nu} s_{\mu\nu} \frac{n_\mu}{n_0}} \right]. \quad (29)$$

Die kleine  $n x \tau_\nu$  (also kleine Gasdichte, geringen Ionisationsgrad, keine Strahlungsdiffusion) ist das dritte Glied in der runden Klammer sehr viel kleiner als die übrigen. Wir haben nur Stöße I. Art und die von den Elektronen auf das  $\nu$ -te Niveau übertragene Anregungsleistung wird ausgestrahlt. Mit wachsendem  $x$ , wobei insbesondere  $\tau_\nu$  durch Einsetzen der Strahlungsdiffusion stark ansteigt, treten zunehmend

die Stöße II. Art hinzu, die Anregungsenergie wird von den Atomen an die Elektronen zum Teil wieder zurückgegeben, der Wert des zweiten Gliedes in der runden Klammer nähert sich 1 und der Leistungsbedarf zur Erhaltung des Zustandes sinkt. Bei Annäherung an das thermische Gleichgewicht geht

$$\tau_\nu \rightarrow \infty, \quad \frac{n_\mu}{n_0} \rightarrow \omega_\mu$$

und damit (29) gegen Null.

Die gesamte Leistung zur Erhaltung des unvollständigen Gleichgewichtes eines Plasmas ist wiederum die Summe über alle  $\nu$ -Zustände

$$\varepsilon = \sum_1^\nu \varepsilon_\nu = \frac{e n^2 x}{Z} \sum_1^\nu \left[ \sum_0^\mu U_{\mu\nu} s_{\mu\nu} \frac{n_\mu}{n_0} (1 - \dots \text{usw. wie (29)}) \right]. \quad (30)$$

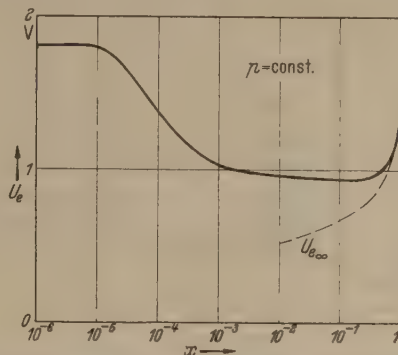


Abb. 4. Abhängigkeit der Elektronentemperatur vom Ionisationsgrad bei konstanter Gasdichte. Die strichlierte Kurve entspricht der zum jeweiligen Ionisationsgrad gehörigen Elektronentemperatur des vollständigen thermischen Gleichgewichtes, berechnet aus der EGGERT-SAHA-Formel.

Dieser Leistungsaufwand für  $1 \text{ cm}^3$  Plasma des Ionisationsgrades  $x$  muß nun von außen gedeckt werden. Unter Verwendung bekannter Beziehungen (Beweglichkeitsgleichungen) schreiben wir

$$\varepsilon = j E = e n_e (b_e + b_i) E^2 = e n_1 x (b_{e1} + b_{i1}) E^2 = \frac{e n^2 x}{Z} \sum_1^\nu \left[ \sum_0^\mu U_{\mu\nu} s_{\mu\nu} \dots \text{usw. wie (29)} \right] + e n^2 x s_e \kappa (U_e - U_0). \quad (31)$$

Dabei ist der 2. Summand in (31) der Leistungsaufwand für die Deckung der Volum-Verluste durch elastische Zusammenstöße zwischen Elektronen und Atomen.

Aus (31) erhalten wir schließlich den Längsgradienten in der allgemeinsten Form zu

$$\frac{E^2}{p^2} = \frac{n_1}{(b_{e1} + b_{i1}) Z} \sum_1^\nu \left[ \sum_0^\mu U_{\mu\nu} s_{\mu\nu} \dots \text{usw. wie (29)} \right] + \frac{\kappa n_1}{b_{e1} + b_{i1}} s_e (U_e - U_0). \quad (32)$$

Da der Ionisationsgrad über den Säulenquerschnitt nicht konstant ist, so sind die Gleichungen (31) und (32) bezüglich  $x$  (und im allgemeinsten Falle auch bezüglich  $U_e$  und  $p$ ) von der Ortskoordinate  $r$  abhängig. Man muß also, damit (32) das richtige Ergebnis liefert, für  $x$  einen geeigneten Mittelwert finden. Dazu integrieren wir (31) über den Querschnitt, setzen das Integral in Beziehung zum Gesamtstrom  $I$  und mitteln. Dabei zeigt es sich, daß man je



nach der Potenz, in der sich  $x$  befindet, etwas verschiedene Mittelwerte erhält, deren Abweichungen untereinander aber 15% nicht überschreiten. Man kommt immer aus, wenn man  $x$  aus

$$x = \frac{N_e}{N} = \int_0^1 \frac{\pi R^2 n_{e0} Y(\varrho) 2 \varrho d\varrho}{\pi R^2 n} = \frac{n_{e0} Y_1}{n} \approx \frac{n_{e0} + n_{ew}}{2 p n_1} \quad (33)$$

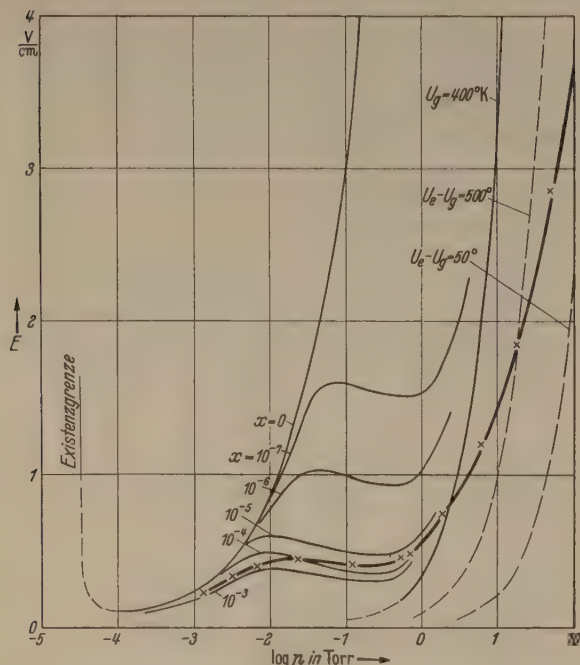


Abb. 5. Abhängigkeit des Längsgradienten von der Gasdichte mit Ionisierungsgrad als Parameter für die Hg-Entladung. Der linke Ast gegen die Existenzgrenze ist instabil. Bei alleiniger Berücksichtigung der Volumverluste gilt die rechts strichliert eingetragene Kurvenschar, welche entsprechend der zunehmenden Gaserwärmung vom tatsächlichen Gradientenverlauf schiefend geschnitten wird.

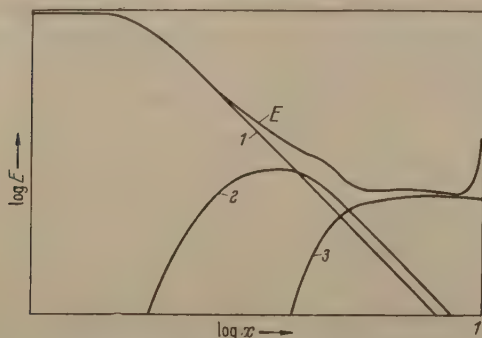


Abb. 6. Abhängigkeit des Längsgradienten vom Ionisierungsgrad bei konstanter Gasdichte. Zusammensetzung aus den Energie-Teilbeiträgen der einzelnen Niveaus.

1. Energiebetrag für Resonanzniveaus (einstufiger Prozeß); 2, 3. Energiebetrag für Niveaus, die durch 2 und mehrstufige Prozesse erreicht werden.

bestimmt. Die letzte Form in (33) ist die Näherung von KLARFELD [13], welche besonders für die Bestimmung des mittleren Ionisierungsgrades  $x$  aus Sondenmessungen geeignet ist.

Die Berechnung des Längsgradienten nach Gleichung (32) setzt die Kenntnis der Elektronentemperatur in der Säule voraus. Umgekehrt wird jedoch bei der Bestimmung der Elektronentemperatur aus Gleichung (25), wenn man von geringen Korrekturen im Ausdruck für die mittlere Lebensdauer  $\tau$  absieht, die Kenntnis des Längsgradienten nicht gefordert. Damit bestätigt sich die Auffassung, daß die wesentlichste und zentrale Größe der positiven Säule einer Gasentladung die Elektronentemperatur ist.

### Die Existenzgrenze einer positiven Säule bei kleinen Gasdichten.

Bei kleinen  $n x$ -Werten genügt es, wie wir bei der Diskussion von (26) bereits feststellen, allein mit der Ionisierung durch Einfachstoß zu rechnen. Für die mittlere Lebensdauer gilt bei kleinen Gasdichten die Formel (12) und damit nimmt (25) folgende vereinfachte Form an:

$$s_0 \sqrt{\frac{2e}{m_i}} \frac{\sqrt{U_e}}{R p} = n_1 s_{0\infty} = n_1 A_{0\infty} \sqrt{U_e} f_{0\infty}(b) e^{-\frac{U_e}{U_0}}$$

Aus (34) ergibt sich die Elektronentemperatur für kleine  $n x$ -Werte zu

$$U_e = \frac{U_{0\infty} \cdot \log e}{C_2 + \log R p}$$

mit

$$C_2 = \log \left( \frac{n_1 A_{0\infty} f_{0\infty}(b)}{s_0} \sqrt{\frac{m_i}{2e}} \right).$$

Aus (35) folgt unmittelbar, daß für  $\log(R p) = -C_2$  oder delogarithmiert

$$(R p)_{\text{grenz}} = \frac{s_0}{n_1 A_{0\infty} f_{0\infty}(b)} \sqrt{\frac{2e}{m_i}}$$

die Elektronentemperatur  $\infty$  bzw. physikalisch  $-\infty$  negativ wird. Unterhalb dieses kritischen Gaswertes kann eine positive Säule nicht existieren, da die Ionisierungsfähigkeit des Elektronenensembles mit steigender Elektronentemperatur bei Annäherung an das Minimum der Ionisierungsfunktion (Abb. 1) langsamer wächst als es der infolge Gasverdünnung zunehmenden Trägerlebensdauer entspricht<sup>1</sup>.

Das Erlöschen der Entladung tritt praktisch nicht bei  $(R p)_{\text{grenz}}$  ein, sondern schon nach Überschreiten des linken Minimums in Abb. 5 in Richtung kleiner Gasdichte. Es läßt sich nachweisen, daß das Ionisierungsgleichgewicht dann instabil wird. In der Beweisführung, welche hier durchzuführen zu weit vom eigentlichen Ziel der Arbeit wegführen würde, sei die Verengung des Entladequerschnittes durch die Raumladungsschicht an der Wand eine entscheidende Rolle.

### Strom-Spannungs-Kennlinie einer Entladung.

Die vereinfachenden Annahmen des vorigen Abschnittes fallen weg. Dann besteht die Doppelsumme (32) aus 2 Arten von Gliedern, je nachdem  $\mu = 0$  oder  $\mu \neq 0$  ist.

Für  $\mu \neq 0$  steigt der Wert des  $\nu$ -ten Summenglieds mit  $n_\mu$  proportional  $x^\sigma$ , wenn  $\sigma$  die Stufenzahl ist, in der der betrachtete Term erreicht wird. Jedesmal nach Erreichung einer Vorstufe erniedrigt sich die Potenz um 1, und bei vollständiger Absättigung aller Vorstufen erreicht der Wert des Summenglieds einen oberen Grenzwert. Tritt nun die Sättigung der betrachteten Terms selbst ein, so wird der Wert des Ausdrucks in der runden Klammer in (32), der sich dahin von 1 wenig abweichend, zunehmend kleiner geht gegen 0 (Abb. 6, Kurven 2 und 3). Es liegt dann das zum Zustand  $\nu$  gehörige Summenglied kein Beitrag mehr für den Gradienten, denn ein Zustand, der sich im thermischen Gleichgewicht befindet,

<sup>1</sup> Nachdem das Manuskript vorliegender Arbeit fertiggestellt war, wurde dem Verfasser bekannt, daß POLAKOW, [14] etwa gleichzeitig zum selben Ergebnis kam.



gt auch keine von außen zugeführte Leistung zur Erhaltung.

Wann Anstieg und Abfall für den Energiebedarf des bestimmten Terms eintritt, hängt wesentlich von der mittleren Lebensdauer  $\tau_\nu$  des betreffenden Zustandes ab.

Für  $\mu = 0$ , das sind also alle Stoßprozesse, die den Endzustand zum Ausgang haben, ist  $n_\mu/n_0 = 1$ . Die Glieder setzen für  $x = 0$  mit einem bestimmten Wert ein und sind für kleine Ionisierungsgrade von  $x$  unabhängig (Abb. 6, Kurve 1). Der Anfangswert durch die Stoßwahrscheinlichkeiten und die Elektronentemperatur (welche implizit in ihnen enthalten ist) bestimmt. Mit zunehmender Term-Sättigung gehen auch diese Glieder gegen 0.

Der Gradient selbst bestimmt sich nun aus der Teilung der Summe der Energiebeträge, die zur Erhaltung des unvollständigen Gleichgewichts in den Zuständen notwendig sind.

Da die Wahrscheinlichkeiten für die vom Grundzustand ausgehenden Prozesse bei kleinen Ionisierungsgraden zunächst immer viel größer sind als die mehrstufigen, so zeigt der Gradient die fallende Tendenz, durch Eintreten der Term-Sättigung der Resonanzzustände gegeben ist. In diesem ersten Stadium behält die Säule auch vorwiegend die Resonanzlinien

Bei weiter steigendem Ionisierungsgrad kommen Glieder mit mehrstufigen Prozessen hinzu und das rasche Absinken des Gradienten wird durch sie teilweise kompensiert, gegebenenfalls auch überkompensiert. Der Anteil der Resonanzstrahlung tritt allmählich zurück und es setzt zunehmend die Ausstrahlung von Nichtresonanzlinien ein. Da es nun bei den einzelnen Gasen sehr verschieden ist, wie die Anteile der Reihe nach mit steigendem Ionisierungsgrad „kommen“, so ist es keinesfalls erforderlich, in Abb. 6 die Abhängigkeit des Längsgradienten  $\partial U_e / \partial x$  einen „glatten“ Kurvenverlauf aufweist. Kennzeichnend bleibt für alle Gase, daß der Gradient anfangs sehr rasch fällt, da die Sättigung der Resonanzstrahlung immer zuerst eintritt, dann aber meist mehr oder weniger konstant bzw. leicht fallend bleibt, um wieder anzusteigen, wenn auch die Ionisierungsgrade sich dem thermischen Gleichgewicht nähern. In diesem Gebiet (HD-Säule) steigt auch nach Abb. 4 die Elektronentemperatur mit dem Ionisierungsgrad.

*Der Anstieg des Gradienten infolge der Volumenverluste; der Normalgradient.*

Steigt die Gasdichte weiter an, so tritt der Energiebedarf für Anregung und Ionisierung allmählich zu und die elastischen Zusammenstöße zwischen Elektronen und Atomen bestimmen das Verhalten des Gradienten.

Wir erhalten aus (32)

$$\frac{\partial U_e}{\partial x} = \frac{x n_1}{b_{e1}} s_e (U_e - U_g) + \text{Strahlungsanteil}. \quad (40)$$

Können in Abb. 5 rechts unter Vernachlässigung des Strahlungsanteiles eine der Gleichung (40) entsprechende Kurvenschar zeichnen, welche die von  $x$  abhängige Differenz  $(U_e - U_g)$  als Parameter hat<sup>1</sup>.

Die Berechnung dieser Differenz selbst erfordert allerdings die simultane Lösung der Trägerdiffusionsgleichung und der Wärmeleitungsgleichung quer zur Säule.

<sup>1</sup> f. angew. Physik. Bd. 5.

Der aus (40) errechnete  $E/p$ -Wert ist, solange die Gaserwärmung nicht die Differenz  $U_e - U_g$  verkleinert, konstant. Man bezeichnet ihn als „Normalgradient“ einer Entladung, wie er für große  $R/p$ -Werte in Gasen gemessen werden kann, deren RAMSAUER-Querschnitte für kleine Elektronentemperaturen nicht zu groß ist. Aus diesem Grunde kann z. B. für Hg kein Normalgradient ermittelt werden, da vor Erreichen eines konstanten  $E/p$ -Wertes bereits die Gaserwärmung störend einsetzt.

### Spezialisierung der allgemeinen Theorie auf ein- und zweistufige Prozesse.

Für die praktische Berechnung genügt in der Regel die Beschränkung auf ein- und zweistufige Prozesse. Im folgenden seien die wichtigsten Formeln zusammengestellt. Die Besetzung eines Resonanzterms  $\mu$  (einstufiger Prozeß) ist nach (20)

$$\frac{n_\mu}{n} = \frac{n x \tau_\mu}{Z} \frac{1}{1 + n x \tau_\mu B_{0\mu}} \quad (44)$$

mit

$$B_{0\mu} = \frac{s_{0\mu}}{\omega_\mu} = A_{0\mu} \frac{g_0}{g_\mu} f_{0\mu}(b) \sqrt{U_e} \approx \text{konst.} \quad (45)$$

Die Intensität einer Resonanzlinie ist unter Verwendung von  $h\nu = e U_{0\mu}$  nach (23)

$$I_{\mu 0} = \frac{n^2 x}{Z} \frac{e U_{0\mu} s_{0\mu}}{1 + n x \tau_\mu B_{0\mu}}. \quad (46)$$

Die Besetzung eines in 2 Stufen erreichten Terms  $\nu$  ist nach zweimaliger Anwendung von (20)

$$\frac{n_\nu}{n} = \frac{1}{Z} \frac{n x \tau_\nu}{1 + n x \tau_\nu B_{\mu\nu}} \sum_0^\mu \frac{n x \tau_\mu s_{0\mu} s_{\mu\nu}}{1 + n x \tau_\mu B_{0\mu}} \quad (47)$$

mit

$$B_{\mu\nu} = \sum_0^\mu s_{\mu\nu} \frac{\omega_\mu}{\omega_\nu} = \sum_0^\mu A_{\mu\nu} \frac{g_\mu}{g_\nu} f_{\mu\nu}(b) \sqrt{U_e} \approx \text{konst.} \quad (48)$$

Die Zustandsumme ist nach (21)

$$Z = \frac{1}{1-x} \left[ 1 + \sum_1^\mu \frac{n x \tau_\mu s_{0\mu}}{1 + n x \tau_\mu B_{0\mu}} + \sum_1^\nu \left( \frac{n x \tau_\nu}{1 + n x \tau_\nu B_{\mu\nu}} \sum_0^\mu \frac{n x \tau_\mu s_{0\mu} s_{\mu\nu}}{1 + n x \tau_\mu B_{0\mu}} \right) \right]. \quad (49)$$

Die Trägerbilanz (25) nimmt die Form an

$$\frac{1}{\tau p} = \frac{n_1}{Z} \sum_0^\mu s_{\mu\infty} \left( \frac{n x \tau_\mu s_{0\mu}}{1 + n x \tau_\mu B_{0\mu}} - \frac{x Z}{x_\infty Z_\infty} \omega_\mu \right). \quad (50)$$

Zur praktischen Berechnung der Elektronentemperatur vereinfachen wir (50) noch weiter, indem wir nur ein Zwischenniveau voraussetzen, über das die Stufenionisierung vornehmlich erfolgen soll. Dieses Zwischenniveau wird häufig ein metastabiler Anregungszustand sein. Die Summe in (50) besteht dann nur aus zwei Gliedern für direkte und Stufenionisierung

$$\frac{1}{\tau p} = \frac{n_1}{Z} \left\{ s_{0\infty} \left( 1 - \frac{x Z}{x_\infty Z_\infty} \right) + s_{1\infty} \left( \frac{n x \tau_1 s_{01}}{1 + n x \tau_1 B_{01}} - \frac{x Z}{x_\infty Z_\infty} \omega_1 \right) \right\}. \quad (51)$$



Die Auflösung der quadratischen Gleichung (51) für  $n x \tau_1$  stellt die inverse Funktion zur gesuchten  $U_e = f(n x \tau_1)$  dar.

Sind die Wurzeln einer quadratischen Gleichung  $a x^2 + b x + c = 0$  sehr verschieden, so kann die kleinere Wurzel durch die Näherung  $x_1 \approx -c/b$  dargestellt werden. Der Kontrolle durch die Messung ist aber nur der Bereich kleiner  $n x \tau_1$ -Werte zugänglich. Wir dürfen daher diese Näherung benützen. Vernachlässigt man weiter, wie es für kleine  $x$  ebenfalls zulässig ist, die Minusglieder in (51), so erhält man für kleine Ionisierungsgrade den Ausdruck

$$n x \tau_1 \approx \frac{1 - \frac{\tau n s_{0\infty}}{Z}}{B_{01} \left[ \frac{\tau n s_{0\infty}}{Z} \left( 1 + \omega_1 \frac{s_{1\infty}}{s_{0\infty}} \right) - 1 \right]} = f(U_e) \quad (52)$$

als Ausgangsgleichung für die zahlenmäßige Berechnung der Elektronentemperatur einer Entladung mit ein- und zweistufigen Prozessen. Die weitere Analyse von (51) also das Aufsuchen des Minimums der Elektronentemperatur, ihr Wiederanstieg und asymptotisches Anschmiegen an den  $x_\infty$ -Wert (Abb. 4) bedarf keiner näheren Erläuterungen und soll daher unterbleiben.

Der Längsgradient in der vereinfachten Form für ein- und zweistufige Prozesse, wie man ihn aus (31) ableiten kann, lautet:

$$\left. \begin{aligned} \frac{E^2}{p^2} = \frac{n_1}{b_{c1} Z} & \left\{ \sum_1^\mu \frac{U_{0\mu} s_{0\mu}}{1 + n x \tau_\mu B_{0\mu}} \right. \\ & \left. + \sum_1^\nu \left[ \sum_0^\mu \frac{U_{\mu\nu} n x \tau_\mu s_{0\mu} s_{\mu\nu}}{(1 + n x \tau_\mu B_{0\mu})(1 + n x \tau_\nu B_{\mu\nu})} \right] \right. \\ & \left. + \left[ U_{0\infty} + U_k \right] s_{0\infty} \right\} \quad (53) \\ & \left. + \sum_1^\mu \frac{(U_{\mu\infty} + U_k) n x \tau_\mu s_{0\mu} s_{\mu\infty}}{1 + n x \tau_\mu B_{0\mu}} \left( 1 - \frac{x Z}{x_\infty Z_\infty} \right) \right\} \\ & + \frac{\kappa n_1}{b_{c1}} s_e (U_e - U_g). \end{aligned} \right\}$$

1-stufige Anregung  
2-stufige Anregung  
1-stufige Ionisierung  
2-stufige Ionisierung  
elast. Volumverluste

Dabei werden folgende Umformungen verwendet:  
Die runde Klammer in (29) ist angenähert

$$\left( 1 - \frac{n x \tau_\nu}{\omega_\mu} \dots \right) \approx \frac{1}{1 + \frac{n x \tau_\nu}{\omega_\nu} \sum_0^\mu s_{\mu\nu} \omega_\mu} \quad (54)$$

Diese Umformung ist möglich, wenn man  $U_{\mu\nu}$  als Mittelwert betrachtet und wegzurzt. Für einstufige Prozesse ist weiter in (54)  $\mu = 0$  und  $\nu = \mu$  zu setzen und das Summenzeichen wegzulassen. Bei den Ionisierungsgliedern ist unter Verwendung von (24) der

Ausdruck

$$1 - \frac{\frac{n x \tau}{x_\infty Z_\infty} \sum_0^\mu s_{\mu\infty} \omega_\mu}{1 + \frac{n x \tau}{x_\infty Z_\infty} \sum_0^\mu s_{\mu\infty} \omega_\mu} = 1 - \frac{x Z}{x_\infty Z_\infty}.$$

Für praktische Berechnungen ist diese Differenz nähernd 1.

### Zusammenfassung.

Die bisherigen Theorien der positiven Säule geben nur ungenügende Unterlagen zur Berechnung Elektronentemperatur und des Längsgradienten, sie Stufenprozesse bei der Trägerneuerzeugung nicht berücksichtigen können. Um in dieser prinzipiellen Frage weiter zu kommen, betrachtet man die Säule als ein im Energieaustausch befindliches System Elektronen, Photonen und Atomen, dem Energie schließlich durch Beschleunigung der Elektronen elektrischen Längsfeld zugeführt wird. Die Energieaustauschprozesse der thermisch im unvollständigen Gleichgewicht befindlichen Säule werden zu verschiedenen Mechanismen zusammengefaßt und die Bilanzen aufgestellt. Aus den damit gewonnenen effektiven Wahrscheinlichkeiten für die Stoßprozesse zwischen Elektronen und Atomen in einem realen Plasma, kann man die Besetzung eines angeregten Zustandes, die Intensität einer Spektrallinie, die allgemeine Bestimmungsgleichung für die Elektronentemperatur, die notwendige Energie zur Aufrechterhaltung des unvollständigen Gleichgewichtes und den Längsgradienten einer Säule berechnen. Es wird nachgewiesen, daß es eine Existenzgrenze der Säule bei Verringerung der Gasdichte gibt. Das Entstehen der Strom-Spannungs-Kennlinie einer Entladung durch Summierung der Leistungen für die Einzelprozesse wird gezeigt, ebenso das Entstehen eines sogenannten Normalgradienten in gewissen Gasen.

- Literatur.** SCHOTTKY, W.: Phys. Z. **25**, 342 u. 635 (1924).  
[2] TONKS, L. u. I. LANGMUIR: Phys. Rev. **34**, 876 (1929).  
[3] KLARFELD, B.: J. Phys. USSR **5**, 155 (1941). — [4] FABRIKANT, W. A.: Bull. Acad. Sci. USSR **305** (1938). — [5] WERTZ, F.: Z. angew. Phys. **3**, 332 (1951); FETZ, H.: Ann. Phys. **579** (1941). — [6] SPENKE, E.: Z. Phys. **127**, 221 (1950).  
[7] FABRIKANT, W. A.: Techn. Phys. USSR **5**, 864 (1938).  
[8] HOLSTEIN, T.: Phys. Rev. **72**, 1212 (1947). — [9] ROMPE, R. u. M. SCHÖN: Z. Phys. **108**, 265 (1938). — [10] RIEWE, K. u. R. ROMPE: Z. Phys. **111**, 79 (1938). — [11] KLARFELD, Techn. Phys. USSR **4**, 44 (1937). — [12] KLARFELD, Techn. Phys. USSR **5**, 725 (1938). — [13] KLARFELD, Techn. Phys. USSR **5**, 913 (1938). — [14] POLETAJEW, L. J. techn. Phys. **21**, 1021 (1951) russ. — [15] HOLM, R.: Phys. Z. **15**, 289 (1914) u. **25**, 497 (1924). — [16] BUTAJEWA, F. u. W. A. FABRIKANT: J. techn. Phys. **18**, 1127 (1948) russ. — [17] SENA, L. A.: J. exp. techn. Phys. **16**, 734 (1946), russ. — [18] NOTTINGHAM, W. B.: Phys. Rev. **55**, 203 (1939). — [19] ARNOT, F. u. O. BAINES: Proc. Roy. Soc. A **151**, 256 (1935). — [20] YAVORSKY, B.: Bull. Acad. Sci. USSR **9**, 233 (1945). — [21] KENTY, C.: J. Appl. Phys. **21**, 1309 (1950). — [22] WASSERRAB, TH.: Z. Phys. **127**, 324 (1950); **128**, 312 (1950); **129**, 190 (1951). — [23] KINGDON, K. u. E. LAWTON: Phys. Rev. **56**, 215 (1939).

Dr. ERNST H. LUDWIG, Mannheim, Haardtstraße 36.



## Eine photoelektrische Magnetstrom-Konstanthaltung.

VON HEINZ EWALD, München.

Mit 1 Textabbildung.

(Eingegangen am 13. Juli 1953.)

Massenspektrographische Dublettaufnahmen mit Auflösungsvermögen 50 000 haben zur Voraussetzung, daß der Magnetstrom während der Belichtungszeiten auf 1:500 000 genau konstant gehalten wird. Dann bleiben die durch Magnetfeldänderungen bedingten Linienverbreiterungen kleiner als 1/10 Linienbreite. Wenn die erforderlichen Belichtungszeiten größer als etwa 30 sec sind, ist dazu eine automatische Regeleinrichtung nötig, selbst wenn eine gesonderte Akkubatterie großer Kapazität als Stromquelle benutzt wird.

Aufbauend auf kurzzeitigen Erfahrungen mit einer Vorrichtung von der Firma Siemens und Halske gelieferten photoelektrischen Regeleinrichtung, die eine Konstanz des Magnetstromes von 1:500 000 ergab, aber gegen Kriegsende zerstört wurde, wurde jetzt in etwas abgewandelter Form ein solches Gerät erbaut, das die erforderliche hohe Konstanz von 1:500 000 über Zeiten von mindestens 10 min gewährleistet (Abb. 1). Der Magnetstrom wird von einer gesonderten Akkubatterie von z. B. 60 Volt/162 Ah über einen Regelwiderstand (300 Ohm, Manganin, in kleinen Stufen mit guten Drehern einstellbar) entnommen. Mittels eines wengeschalteten, wenig temperaturempfindlichen Regelwiderstandes (1–10 Ohm, verstellbar), eines Kompensationsapparates und eines hochempfindlichen Galvanometers (MGF 4, Dr. LANGE), wird die Konstanz des Magnetstromes kontrolliert. Eine relative Änderung von  $10^{-5}$  bewirkt einen Lichtzeigerauslag von etwa 1 mm. Als genügend konstante Lichtzeiger-Strichspannung dient ein 4 V-Akku, der den Anodenstrom von 0,1 mA für den Kompensationsapparat liefert.

Das Galvanometergehäuse ist hinter die Ablese- und in einfachster Weise eine Doppelanoden-Photozelle für Gegentaktschaltungen (Pressler 90–185 V/Gie) eingesetzt, derart, daß der Lichtzeiger im Nullpunkt der Skala noch ablesbar ist, auch wenn er die Photozelle spielt.

Wenn der Lichtzeiger die Doppelzelle etwa in der Mitte trifft, dann ziehen beide im Gegentaktschaltung mit 80 Volt arbeitenden Zellen etwa gleich großen Photostrom und erzeugen etwa gleich großen, entgegengesetzten Spannungsabfall an den zwei 20 M $\Omega$ -Widerständen. Die resultierende Spannung dient zur Steuerung einer Pentode, die den Lichtzeiger um ein Geringes nach der einen oder anderen Seite aus, so sinkt oder steigt entsprechend

die Gitterspannung. Der dadurch gesteuerte Anodenstrom wird ebenfalls durch die Magnetwicklung und den Normalwiderstand geschickt, derart daß eine durch einen geringen Lichtzeiger-Ausschlag bewirkte Anodenstrom-Änderung jede beginnende Änderung des Magnetstromes weitgehend kompensiert. Der Lichtzeiger kann so auf etwa 0,2 mm genau fixiert werden, was einer ungefähren Konstanz des Magnetstromes von 1:500 000 entspricht. Da sich der

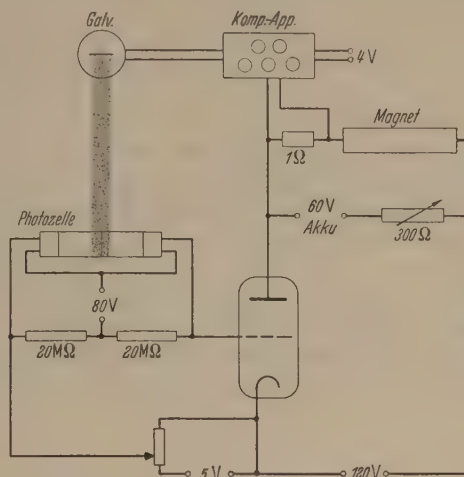


Abb. 1. Schema der Stromkonstanthaltung.

Anodenstrom verzweigt und zum Teil auch über die Akkubatterie und den Regelwiderstand fließt, muß man dafür sorgen, daß letzterer nicht zu klein ist, damit ein genügender Anteil des Anodenstromes auch wirklich durch den Magneten und den Normalwiderstand geht.

Die Anordnung soll so eingestellt sein, daß der Lichtzeiger sich möglichst symmetrisch über den Photozellen befindet, so daß an den beiden 20 M $\Omega$ -Widerständen möglichst gleich große Spannungen erzeugt werden. Dann ist der Einfluß von Helligkeitsschwankungen der Galvanometerlampe am kleinsten.

Die hier gegebene Lösung läßt sich auch auf andere Fälle, bei denen es auf hohe Stromkonstanz ankommt, übertragen. Sie dürfte deshalb über das spezielle Problem hinausgehendes Interesse haben.

Dozent Dr. HEINZ EWALD,  
Physikalisches Institut d. T. H. München.

## Massenspektrographen zur besseren Ausleuchtung des Massenspektrographenspaltes.

VON HEINZ EWALD und GERHARD SAUERMAN, München.

Mit 1 Textabbildung.

(Eingegangen am 13. Juli 1953.)

Bei massenspektrographischen Dublettaufnahmen ist es erwünscht, den engen Eintrittsspalt (etwa 0,1 mm) [1] jeweils mit größtmöglicher Ionenintensität auszuheizen. Da der durch den 0,1 mm breiten Kanal hindurchtretende Ionenpencil am Ort des Spaltendes nur einige Zehntel Millimeter breit ist

(Distanz Kanal-Spalt 12 cm), heißt das, daß der Ionenpencil auf etwa  $0,1^\circ$  genau ausgerichtet sein muß [2]. Die Richtung des Ionenpencils ist im wesentlichen die der Normalen zur Kathodenebene, weil die Ionen ihre Energie überwiegend im Kathodenfall gewinnen. Bei Verwendung einer Kanalstrahlröhre z. B.



ist die genaue Ausrichtung der Anodenzyylinderachse daher weniger kritisch.

Man sorgt zunächst dafür, daß der Kanal, der Spalt und die Mitte der Eintrittsseite des Zylinderkondensators möglichst auf eine Linie ausgerichtet werden und zwar senkrecht zur Eintrittsebene des Kondensators (Abb. 1). Der hier ankommende Ionen-

Formveränderungen des Eintrittsrandes des Kanals infolge Kathodenzerstäubung kleine zeitlich veränderliche Richtungsänderungen erleidet. Daher hatte eine einmal erreichte gute Ausleuchtung meist wenigen Betriebstagen wieder erheblich verschle-

Diese Schwierigkeit läßt sich vollkommen beheben durch Anordnung zweier kleiner, ebener

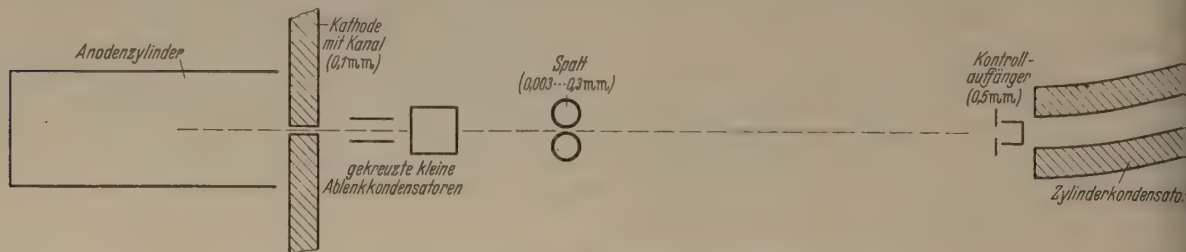


Abb. 1. Die Anordnung der gekreuzten kleinen Ablenk-kondensatoren.

strom ist mit einem zentriert einschiebbaren Kontroll-auffänger mit 0,5 mm Schlitzweite meßbar. Die Kathodenebene ist möglichst senkrecht zur Richtung Kanal-Spalt angeordnet. Auf diese Weise erhält man aber nicht mit Sicherheit den größtmöglichen Ionenstrom durch den Spalt hindurch und in den Kontroll-auffänger, einmal weil die Genauigkeit der Ausrichtung der Kathodenfläche nicht ausreicht, zum anderen, weil der Ionenpinsel offenbar durch geringe Wandbeladungen an Kathode und Anode und durch

einander gekreuzter Ablenk-Kondensatoren zwischen Kanal und Spalt (Abb. 1). Durch potentiometrische Spannungsabgleich an diesen Kondensatoren läßt sich der Ionenpinsel leicht vor jeder Aufnahme so richten, daß maximaler Strom durch den Spalt durch am Kontroll-auffänger erzielt wird.

**Literatur.** [1] EWALD, H.: Z. Naturforschung 5a (1950). — [2] EWALD, H.: Z. Naturforschung 2a, 384 (1950).

Dozent Dr. HEINZ EWALD und GERHARD SAUERMAA, Physikalisches Institut der TH. München.

## Berichte.

### Die Entwicklung der akustischen Meerestiefenmessung.

Von HELMUT DRUBBA und HANS HEINRICH RUST, Hamburg.

Mit 7 Textabbildungen.

(Eingegangen am 2. Mai 1953.)

#### Die Messung der Schallgeschwindigkeit im Wasser durch COLLADON (1826).

Die Geschichte der akustischen Messung der Meerestiefe beginnt mit der Ausschreibung des 'Grand prix de Mathématique pour l'année 1824' der L'Académie royale des Sciences, Paris im Jahre 1822 [1]:

1. Déterminer par des expériences multipliées la densité qu'acquiescent les liquides et spécialement le mercure, l'eau, l'alcool et l'éther sulfurique, par des compressions équivalentes aux poids plusieurs atmosphères;

2. Mesurer les effets de la chaleur produit par ces compressions.

Der Preis bestand aus einer Goldmedaille im Wert von 3000 francs; als Termin zur Einreichung der Arbeiten war der 1. Januar 1824 festgesetzt. Diese Frist mußte jedoch einmal [2] bis zum 1. Januar 1826 und ein zweites Mal [3] bis zum 1. März 1827 verlängert werden, da man die vorgelegten Arbeiten des Preises nicht für würdig befand. — In der öffentlichen Sitzung der Akademie am 11. Juni 1827 wurde die mit dem LAPLACESchen Ausspruch: „Si les observations précises font naître les théories, la précision des théories provoque à son tour la précision des observations (Méc. céleste)“ eingereichte Arbeit als die mit

dem Preis ausgezeichnete verkündet [4]. Außerdem waren die beiden jungen Schweizer J. D. COLLADON (1802—1893) und J. K. F. STURM (1803—1855) Sie veröffentlichten alsbald ihre Untersuchungen unter dem Titel: „Sur la compression des liquides“ in den Annales de Chimie et de Physique [5], in deutscher Übersetzung auch in den Annalen der Physik und Chemie (POGGENDORFFS Annalen) [6].

Die Bedeutung dieser Untersuchungen für die akustische Tiefenmessung liegt nun darin, daß COLLADON erstmalig die Schallgeschwindigkeit im Wasser exakt gemessen wurde. An sich war diese Messung in der Preisaufgabe gar nicht gefordert worden, wurde aber von COLLADON durchgeführt (STURM nahm an diesen Untersuchungen, die bekanntlich im Geologischen Museum stattfanden, nicht teil), um die im Labor experimentell gefundenen Werte der Kompressibilität des Wassers, anhand der bekannten Formel für die Schallgeschwindigkeit<sup>1</sup>

$$c = \sqrt{\frac{1}{K \cdot \rho}}$$

( $K$  = Kompressibilität und  $\rho$  = Dichte) nachprüfen zu können. — COLLADON berichtet von Versuchen

<sup>1</sup> COLLADON gibt diese Formel in einer etwas anderen, von POISSON abgeleiteten Form an.



ung der Schallgeschwindigkeit im Wasser, die e Jahre vorher von BEUDANT (1787—1852) in Nähe von Marseille durchgeführt, aber nicht veröffentlicht worden waren. Zwei Beobachter befanden in einem bekannten Abstand voneinander. Zu einem bestimmten Augenblick gab derjenige, welcher den Schall zu erregen hatte, ein Zeichen mit einem Tuche. Der Beobachter an der anderen Station schlug zugleich an eine im Wasser befindliche Glocke. Der Beobachter an der anderen Station hatte einen Begleiter bei sich, der dicht bei dem Kahne stand und ein Zeichen gab, wenn er den Schall hörte. BEUDANT fand eine Schallgeschwindigkeit im Wasser von 1500 m/sec.

Als Schallquelle diente bei den COLLADONSchen Versuchen eine Kirchenglocke von etwa 70 cm Durchmesser und einem Gewicht von 65 kg, welche von einem Taucher aus 1 m tief ins Wasser getaucht wurde. Der Anschlag der Glocke erfolgte mittels eines Hammers, gleichzeitig eine Lunte in eine Pulverpfanne entzündete und das darin befindliche Pulver entzündete, so daß der Lichtblitz der Explosion als Marke der Zeitmessung diente. (Die Versuche fanden eines Nachts statt). COLLADON selbst stationierte sich in etwa 13,5 km Entfernung von der Glocke, in der Unterwasserschall mit einem Hörrohr abgehört wurde, welches folgendermaßen beschrieb: eine Röhre aus dünnem Blech von etwa 2 m Länge und einem Durchmesser von etwa 20 cm, unten eine Erweiterung hatte, deren Mündung nach oben stand und durch eine ungefähr 0,2 m<sup>2</sup> große Zinnplatte verschlossen war. (Leider wird die Dicke der Zinnplatte nicht angegeben). Das obere Ende der Röhre hatte die Gestalt eines Kegels, der gegen die Unterwasserseite schief stand, damit man das Ohr anlegen konnte. — Die Versuche wurden im November 1826 in Genäve durchgeführt. Als Schallgeschwindigkeit fand COLLADON in sehr guter Übereinstimmung mit den Kompressibilitätsmessungen und der Theorie: 1435 m/sec bei 8,1 °C.

Die Messung der Schallgeschwindigkeit ergibt sich auf einfacher Weise aus dem bekannten Abstand der Schallquelle und der Laufzeit des Schallimpulses. — Interessant sind noch die Beobachtungen, die COLLADON über den Charakter des Unterwasserschalls machte: „Der Ton einer unter Wasser angeschlagenen Glocke hat, in einiger Entfernung gehört, keine Ähnlichkeit mit dem einer in Luft tönenden Glocke. Man hört einen anhaltenden Tones hört man unter Wasser einen scharfen und kurzen Schall, den ich am liebsten mit dem zweier gegeneinander geschlagenen Glocken vergleichen möchte. Die Beschaffenheit der Schall auch in sehr großer Entfernung, nimmt er an Intensität ab. Das Hören eines so tiefen und kurzen Tones, der aus einer Entfernung von mehreren Meilen herkommt, macht einen ähnlichen Eindruck, wie wenn man zum ersten Mal entlegene Gegenden sehr deutlich durch ein Fernrohr erkennen sieht. Erst bei 200 m Abstand ließ sich das Geräusch der Glocke nach dem Anschlag unterscheiden.“

#### Der Echolotversuch von BONNYCASTLE (1838).

Es ist überraschend und heute fast gar nicht mehr bekannt, daß auf Grund der COLLADONSchen Messungen wenige Jahre später Versuche zur akustischen Messung der Meerestiefe mittels des Echos gemacht

wurden. Es sei vorausgeschickt, daß diese Experimente keinen Erfolg hatten, aber es lohnt sich doch, näher auf sie einzugehen, denn sie zeigen, wie nahe man bereits einer Lösung war.

Es handelt sich um Untersuchungen, die Professor CHARLES BONNYCASTLE (1797—1841) von der University of Virginia, Charlottesville, Va. vom 22. bis 25. August 1838 vor der amerikanischen Küste durchführte. Sie wurden seinerzeit durch einen Sitzungsbericht der American Philosophical Society vom 21. September 1838 bekannt, der in einer ganzen Reihe von Zeitschriften [7—12] zu finden ist<sup>1</sup>.

BONNYCASTLE sagt in diesem Bericht, daß ihm auf Grund der Untersuchungen über die hohe Intensität und die große Reichweite des Unterwasserschalls (nämlich der Versuche COLLADONS) der Gedanke gekommen sei, daß ein hörbares Echo vom Meeresboden zurückgeworfen und so aus der bekannten Schallgeschwindigkeit im Wasser die Meerestiefe festgestellt werden könnte.

Bei den auf der Brigg *Washington* ausgeführten Versuchen führte man folgende Gerätschaften mit: Petarden (Sprengladungen) aus Gußeisen von 5 cm Durchmesser und 13 cm Länge mit den notwendigen Vorrichtungen, um sie unter Wasser zu zünden. Als Hörrohr eine Zinnröhre, 2,5 m lang mit einem Durchmesser von etwa 3 cm und einer sich kegelförmig erweiternden Öffnung an einem Ende. (Höhe des Kegels 25 cm, größte Öffnung 50 cm). Ferner eine Art Stoppuhr mit einer Anzeigegenauigkeit von 1/60 sec. (Vermutlich ein sog. Tertienzähler [ursprünglich war die von HUYGENS eingeführte Zeiteinheit einer Terz, oder Tertie, der sechzigste Teil einer Sekunde]). Außerdem wurde an Bord der Brigg noch ein Hörrohr in roher Nachbildung des COLLADONSchen, bestehend aus einem Ofenrohr von etwa 11 cm Durchmesser, welches an einem Ende abgeschlossen war und etwa 1,20 m ins Wasser getaucht werden konnte, verfertigt.

Die Brigg verließ am 22. August 1838 New York und am Abend wurde mit den Experimenten begonnen, wobei analog zu den COLLADONSchen Versuchen die Schiffsglocke unter Wasser geläutet wurde. Man begab sich mit den Hörgeräten in einen Abstand von etwa 450 m vom Schiff, wobei es sich zeigte, daß das Rohr mit der kegelförmigen Öffnung (welche vorn nicht verschlossen war) sich als besonders ungünstig erwies, da das Geräusch des im Rohr auf- und niedersteigenden Wassers das Unterwasserglockensignal fast völlig verdeckte. Mit dem Ofenrohr hörte sich der Glockenschall etwa so an, als wenn mit der Rückseite eines Federmessers gegen einen Eisendraht geschlagen wird. Bei einer Entfernung von einer Meile (1800 m) war kein Glockensignal mehr zu hören.

Daraufhin wurde bei dem Hörrohr mit der kegelförmigen Öffnung diese mit einer dicken Zinnplatte verschlossen und beide Hörrohre außen mit altem Segeltuch und Tauwerk umwickelt. Das Rohr mit der kegelförmigen Öffnung zeigte sich jetzt als das bessere

<sup>1</sup> Ein sechseitiger handschriftlicher Bericht BONNYCASTLES, in dem seine Versuche ausführlicher dargestellt werden, befindet sich noch heute in der Bibliothek der American Philosophical Society in Philadelphia, Pa. — Dieser Bericht scheint nie im vollen Wortlaut veröffentlicht worden zu sein.



und wurde für alle folgenden Untersuchungen verwandt. Bei einer Entfernung von 1600 m hörte man die Glocke mit einer solchen Deutlichkeit, daß sie zweifellos auch noch eine weitere halbe Meile hätte gehört werden können. (Die Entfernungsmessung erfolgte durch Zeitmessung zwischen Blitz und Knall einer Pistole.) Eigenartigerweise wird in dem Bericht BONNYCASTLES behauptet, daß die Intensität eines Tones im Wasser geringer sei als eines solchen in Luft und dieser sich auch weniger weit ausbreite. — Auch die eigentümliche Veränderung des Schallcharakters des Unterwasserglockentones wurde von BONNYCASTLE beobachtet. — Nach FRANKLIN<sup>1</sup> soll man das Zusammenschlagen zweier Steine unter Wasser auf etwa eine halbe Meile hören können; zwei Matrosen, die bei einer etwas geringeren Distanz ihren Kopf unter Wasser tauchten, konnten jedoch die Glocke nicht hören. Am 24. August wurde dann in Nähe des Golfstromes mit den eigentlichen Echountersuchungen zur Feststellung der Meerestiefe begonnen. Das Hörrohr wurde so beschwert, daß es senkrecht ins Wasser tauchte und die Beobachter entfernten sich damit etwa 150 m vom Schiff. Die Petarde wurde vom Heck der Brigg aus in das Wasser gelassen und in etwa 5 m Tiefe gezündet. Man hörte (auch an Bord der Brigg) zwei scharfe Schläge in etwa 1/3 sec Abstand, der Charakter beider war unterschiedlich, aber jeder war von einem leichten Stoß begleitet. Nimmt man an, daß der zweite Schlag das vom Meeresboden reflektierte Echo des ersten Schlages ist, so hätte die Tiefe des Meeres etwa 160 Faden (= 290 m) betragen müssen.

Um die wahre Tiefe festzustellen, wurde daher eine Lotung nach der üblichen Methode durchgeführt, aber Bodenberührung des Senkbleis erfolgte erst bei 550 Faden (etwa 1000 m). Der zweite Schlag konnte daher nicht das Echo des ersten gewesen sein. Auch als man am nächsten Tag die Versuche bei einer Wassertiefe von 7 m wiederholte, hörte man wieder den Doppelschlag in gleichem Abstand.

Es ist natürlich müßig, an der Durchführung der Untersuchung Kritik zu üben. Einmal ist zu bedenken, daß die Versuche auf hoher See stattfanden, wobei Seegang, Wellenschlag und Windgeräusch sich als sehr störend erweisen müssen. Die Konstruktion der Hörrohre war offensichtlich weit ungünstiger als die der COLLADONSchen. BONNYCASTLE scheint sich wenig an die von COLLADON gemachten Angaben gehalten zu haben, denn COLLADON bemerkt ausdrücklich, daß man mit einem unten offenen Hörrohr durchaus nichts vernimmt. Man hört erst, wenn man den Kopf völlig untertaucht und das Ohr mit Wasser füllt, oder wenn man ein mit Luft gefülltes Rohr anwendet. Der von BONNYCASTLE gehörte Doppelschlag läßt sich leicht aus der Tatsache erklären, daß die bei der Pulverexplosion gebildeten Gase sich im Wasser zu einem kugelförmigen Gasraum ausbreiten, der dann alsbald infolge des hydrostatischen Druckes der umgebenden Wassermasse wieder zusammenschlägt, wobei die Wasserteilchen zum Mittelpunkt des Gasraumes hin beschleunigt werden und dort hart aufeinander schlagen, woraus sich der zweite Schlag erklärt<sup>2</sup>.

<sup>1</sup> Dieses Experiment erwähnt auch COLLADON [5, 6].

<sup>2</sup> Dieses Phänomen wird erst 1898 wieder von BLOCH-MANN in einer längeren Arbeit über Unterwasserexplosionen

## Das 2. COLLADONSche Experiment. (1840).

Die Versuche BONNYCASTLES wurden auch bald COLLADON bekannt und insbesondere die Bemerkung, „daß der Ton sich besser in Luft als in Wasser verbreite“, veranlaßten COLLADON, seine Versuche im Genfer See im August des Jahres 1840 zu wiederholen. Er berichtet hierüber in einem Brief an den Präsidenten der Akademie der Wissenschaften D. F. ARAGO (1786—1853) [18] (ins Deutsche übersetzt). Sehr interessant ist, daß auch ARAGO schon vorher Gedanken geäußert hatte, mittels eines Echo die Meerestiefe zu bestimmen. Eine Verbindung ARAGOs mit BONNYCASTLE scheint jedoch nicht bestanden zu haben; offensichtlich ist jeder unabhängig auf seine Gedanken der Echolotung gekommen. Aus COLLADONS Buch „Der Schall“ [20] geht hervor, daß ARAGO zu jener Zeit viel mit Luftschalluntersuchungen und z. B. auch mit sog. „Wolkenechos“ beschäftigt war, so daß die Idee der Echolotung nahe lag.

COLLADON stellte nun bei seinen neuerlichen Untersuchungen im Genfer See (diesmal mit einer 500 kg schweren Glocke) wahrhaft einen Rekord auf, indem er das Unterwasser-Glockensignal bis zu einer Entfernung von 35 km vernahm. Er erwähnt ein besseres Hörrohr mit einem doppelt so guten Durchdringungsgrad wie das ursprünglich benutzte, was jedoch keinerlei Angaben, wie dies erreicht wurde (Vermutlich durch Vergrößerung der Fläche der Wasser befindlichen Metallmembran). Zu der Schallgeschwindigkeitsmessung kam es nicht, „an den beiden einzigen Tagen, die zur Messung geeignet waren, die Heiterkeit des Himmels und der Mondschein es verhinderte, die Pulversignale zu vernahmen“. COLLADON macht noch einige Angaben über verschiedene Unterwassergeräusche: „Der Stoß eines Wasserfalls oder der von den Schaufeln eines Dampfschiffes von 100 und mehr Pferden erzeugt wird in Wasser nur ein schwaches und verworrenes Geräusch, ein leichtes Brummen. Bei 50 Metern Abstand wirken die Räder eines Dampfschiffes unter Wasser wie ein Geräusch wie das Summen einer Biene. In 100 m Entfernung hört man kein deutliches Geräusch, doch ich habe demnach Grund zu glauben, daß man mit Unrecht behauptet hat, das Geräusch der Dampfschiffe verscheuche die Fische. — Das Geräusch einer unter Wasser rasselnden Kette unterscheidet man gut, daß man es erkennt, wenn 4—5 km entfernt. Eine Barke ihren Anker lichtet. In einem Seekriege könnte diese Beobachtung einige Wichtigkeit haben.“ COLLADON kommt ferner zu dem wohl etwas vorschnellen Schluß, daß man unter günstigen Umständen und mit kräftigen, wohl berechneten Hilfsmitteln auf eine Entfernung von einigen Hundert Kilometern werde korrespondieren können<sup>3</sup>.

beschrieben [13]. Sehr schöne Aufnahmen der Pulsation durch Unterwasserexplosion hervorgerufenen Gasblase hält ein Bericht von EWING und Mitarbeitern [14] eine kritische Behandlung gibt FRIEDMAN [15], ebenso ARONS über Unterwasserexplosionen handelt ferner die umfangreiche Monographie von COLE [17].

<sup>3</sup> Daß jedoch mit sehr geringen Hilfsmitteln eine Unterwassersignalübertragung auf ganz erstaunlich große Entfernungen möglich ist, haben EWING und Mitarbeiter [14] während des 2. Weltkrieges gezeigt. So konnte z. B. bei der Explosion einer Sprengladung von 1,8 kg Trinitrotoluol in 1200 m Wassertiefe herrührende Druckimpuls über eine Strecke von 1700 km übertragen werden. Bei einem ähnlichen Versuch hörte und registrierte man den Schallimpuls



auch Eechoversuche wurden von COLLADON und seinen Mitarbeitern angestellt. Allerdings befand er mit seinem Hörrohr, wie schon erwähnt, etwa 1 m von der Glocke entfernt. Höchstwahrscheinlich er sich bei diesen Untersuchungen von der im Grunde zu beobachtenden Erscheinung des langhaltenden Grollens eines Donnerschlages leiten, welches durch vielfache Echos an den Felswänden entsteht, denn er sagt: „Weder Herr MÜLLER noch ich hörten irgendein Echo, obwohl die Gestaltung des Sees annehmen ließ, daß man mehrere hören könnte; allein Herr VERET, welcher während dieser Versuche, nur einige tausend Meter von der Glocke entfernt, auf einem Boote quer über den See fuhr, war, mit einem ähnlichen Apparat wie der meine, an gewissen Stellen wohl zwei intensive und sehr deutliche Echos. Meistens hörte man kein anderes Echo als einen Widerschall (retentissement), verursacht durch die vom Ufer zurückgeworfenen Wellen. Dieser Widerschall ist sehr vernehmbar, wenn man sich jenseits der Glocke stellt, senkrecht gegen das Ufer oder nahezu“.

BONNYCASTLE schloß seinen Bericht mit den Worten: „Die Folgerungen aus diesen Experimenten sind, entweder ein Echo vom Meeresboden nicht gewonnen kann oder wirksamere Mittel angewendet werden müssen, um es hervorzurufen“.

Er schließt ähnlich COLLADON: „Meine Versuche über die Möglichkeit, ein vom Boden reflektiertes Echo zu hören, sind noch nicht zahlreich genug, um zu entscheiden, ob dies ein wirksames Mittel zur Messung der Wassertiefe abgeben könne“.

Das scheint für den Verlauf des 19. Jahrhunderts das letzte Wort zur Frage der Echolotung gesprochen zu haben.

Man sollte eigentlich meinen, daß das Phänomen, welches COLLADON ganz zuletzt als „Widerschall der vom Ufer zurückgeworfenen Wellen“ bezeichnet, das gesuchte ist. Anscheinend ist COLLADON, erst im Jahre 1893 im Alter von 90 Jahren starb, wieder auf seine Unterwasserschallversuche zurückgekommen [24, 25].

Ein Gewicht von 2,7 kg in einer Entfernung von 5700 km. Vorausgesetzt ist jedoch, daß der gesamte Schallweg in tiefem Wasser liegt. — Die physikalische Begründung für diese abnormen Reichweiten wurde schon 1922 von AIGNER [22, S. 58] gegeben, der auch auf diese Möglichkeit der Signalübermittlung über große Entfernungen hinwies. Sie beruht auf der Ausbreitung der Schallwellen durch die Temperaturschichtung im Wasser, die im allgemeinen dahin wirkt, daß ein Schall zum Meeresboden hin gebrochen wird und damit für die Signalübertragung verloren geht. In sehr großen Meeres-tiefen kann es aber, infolge Änderung des Kompressibilitätskoeffizienten durch den Druck, zu einer Kompensation dieser gegeneinander wirkenden Effekte kommen, so daß eine Schallwelle, die in sehr großer Meerestiefe erzeugt wird, wie ein Sprachrohr zusammengehalten und so auf ganz beliebige Entfernungen übertragen werden kann. Diese Theorie ist in Amerika die Grundlage für das sog. SOFAR (Sound Fixing And Ranging)-Verfahren [23] geworden, welches darin besteht, daß z. B. von einem in Seenot geratenen Boot oder Schiff aus eine Bombe ins Meer geworfen wird, die etwa 1200 m Wassertiefe detoniert und deren Schall dann mittels Unterwassermikrophone durch Küstentorpeden aufgefangen werden, wobei sich durch eine Triangulation der Ort des Unglücks feststellen läßt.

Daneben lassen sich mit diesem Verfahren auch unterirdische Gebirgsszüge infolge ihres Schallschattens oder durch Geräusch Ausbrüche von Tiefseevulkanen feststellen, deren Lage dann gleichfalls zu ermitteln ist.

Verwunderlich ist auch, daß die Unterwasserschalltechnik, zu der COLLADON mit seinen vielversprechenden Ergebnissen die Grundlage schuf, nicht weiter entwickelt wurde, insbesondere scheint dieser Gedanke von Kriegsmarine-Behörden nicht aufgegriffen worden zu sein.

Während der deutschen Belagerung von Paris im Jahre 1870 wurden von LUCAS [26] in der Seine Versuche über die Möglichkeit gemacht, mittels Unterwasserschall aus der belagerten Stadt heraus mit der Umwelt in Verbindung treten zu können, wobei die COLLADONschen Experimente als Vorbild dienten. Man erzielte mit einer 40 kg schweren Glocke jedoch nur eine Reichweite von etwa 1800 m und mit einer solchen von 354 kg gar nur 1400—1500 m.

Für die merkwürdigen Diskrepanzen zwischen den Reichweiten bei den Versuchen COLLADONS, BONNYCASTLES und LUCAS läßt sich jedoch eine plausible Erklärung geben, die auf einer von HAYES 1920 gemachten Überlegung beruht, auf die weiter unten eingegangen werden soll.

Schallgeschwindigkeitsmessungen in offenen Gewässern sind während des 19. Jahrhunderts anscheinend nicht mehr gemacht worden, auf der einen Seite war hierzu keine Veranlassung, da die COLLADONschen Versuche mit aller erdenklichen Sorgfalt ausgeführt worden waren, zum andern wurden zahlreiche neue Meßmethoden entwickelt, um Schallgeschwindigkeitsmessungen auch im Laboratorium durchführen zu können. Eine sehr umfangreiche Literaturzusammenstellung findet man in der Monographie von AIGNER „Unterwasserschalltechnik“ [27]. — Lediglich von THRELFALL und ADAIR wurde 1888 die Geschwindigkeit von Schallwellen endlicher Amplitude an der australischen Küste bestimmt [27]. Sie gaben eine Geschwindigkeit von 2013 m/sec bei einer Ladung von 64 Unzen (ca. 1,8 kg) Schießbaumwolle an. Nach WOOD [28] scheint aber bei diesen Messungen irgendein systematischer Fehler vorzuliegen, denn Messungen von KEYS im Jahre 1921 [29], auch mit Schießbaumwolle, geben nur wenig höhere Werte als 1500 m/sec.

#### *Der Beginn der modernen Unterwasserschalltechnik.*

Die moderne Unterwasserschalltechnik nimmt erst zu Beginn des 20. Jahrhunderts von den Vereinigten Staaten aus ihren Anfang. Nach KRAUSS [30] beschäftigten sich A. J. MUNDY und E. GRAY aus Chicago als erste mit dem Unterwassersignalverfahren. Sie stellten ihre ersten Versuche im Sommer 1895 in freier See in der Nähe Bostons an. Diese hatten einen so guten Erfolg, daß es ihnen gelang, das nötige Kapital aufzubringen, um die Experimente im Großen weiterzuführen. So wurden sie die Gründer der *Submarine Signal Company*, deren Zielbewußtsein und energisches Vorgehen es gelang, dem Unterwassersignalverfahren sehr bald praktische Anwendung in der Schifffahrt zu verschaffen. England, die Vereinigten Staaten und Deutschland waren die ersten Länder, die Unterwasserschallsignalgeräte auf ihren wichtigsten Feuerschiffen einbauten. In England geschah dies vor Mersey im Dezember 1906. In Deutschland war „Gabelsflach“ das erste Feuerschiff, das mit Signalgebern amerikanischer Konstruktion versehen wurde. Auf ihm wurde im November 1905 der Dauerbetrieb mit regelmäßiger gleichzeitiger Abgabe von



Überwasser-Sirenen- und Unterwasserglockensignalen bei Nebel und unsichtigem Wetter aufgenommen. Infolge Herstellung eines brauchbaren Mikrophonempfangers durch den französischen Offizier BANARÉ wurde die Unterwasserschalltechnik ebenfalls wesentlich gefördert. In England beschäftigten sich LAKE und Kapitän M. T. NEALE (1895 auch Versuche auf dem Wannsee bei Berlin) mit dem Unterwassersignalverfahren. Abbildungen der in der Frühzeit der Unterwasserschalltechnik verwendeten Apparate finden sich z. B. bei AIGNER [22].

Aber auch dieser Gedanke wurde nicht weiter verfolgt, obwohl dieses Verfahren wesentliche Vorteile gegenüber der Echolotmethode bietet. Einmal der Schall in voller Stärke erst am Meeresboden erzeugt, wobei die Schallschwächung beim Hin- und Rückweg des Schalls und infolge eines mehr oder weniger Reflexionsgrades am Meeresboden nicht vorhanden ist. Zum zweiten bedeutet diese Methode eine sehr wesentliche Vereinfachung der Zeitmessung, besonders für die Navigation wichtigen Tiefen, etwa bis zu 200 m. Nimmt man etwa eine Wassertiefe von

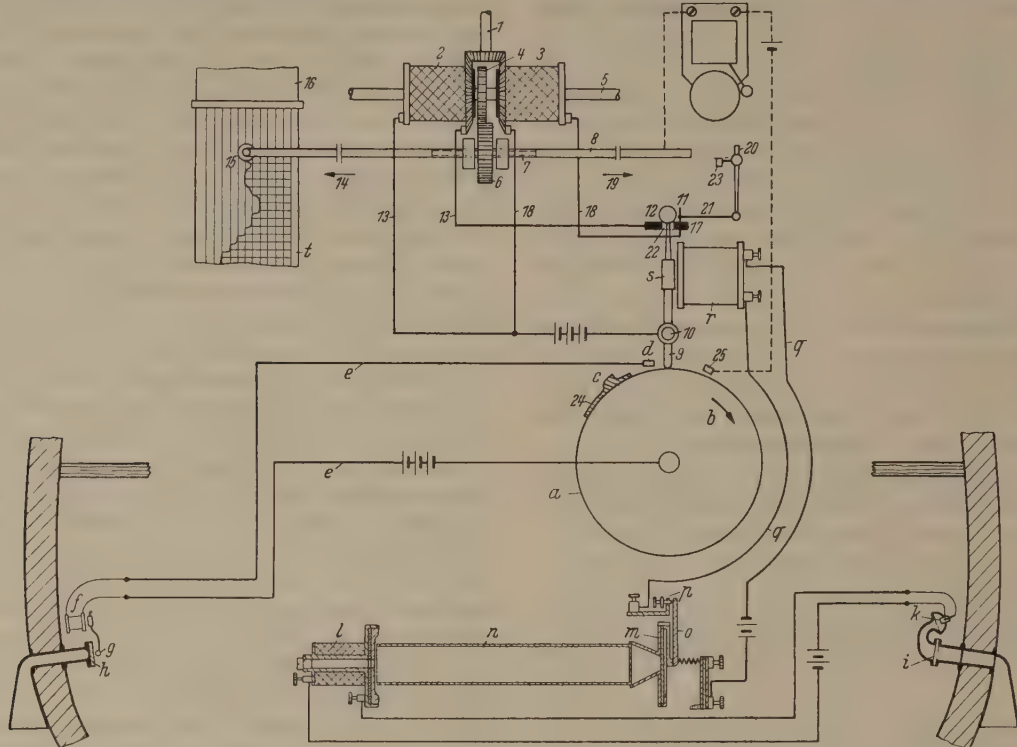


Abb. 1. Das BERGGRAFSche Bathometer.

Die Aussendung des Schallimpulses durch den Geber *f, g, h* erfolgt durch Schließen des Stromkreises *e-e* mittels Nocke *c* auf der rotierenden Scheibe *a*. Die Nocke *c* stößt dann an den um den Punkt 10 drehbaren Hebel 9, wodurch die Kontaktrolle 11 auf die Platte 12 geschoben wird und Stromkreis *e-e* sich schließt. Nr. 1—8 ist eine elektromagnetische Schaltkupplung. Die mit konstanter Geschwindigkeit umlaufende Achse 1 versetzt über ein Kegelrad 6 die mit Friktionsscheiben versehenen Elektromagnete 2 und 3 in zueinander entgegengesetzte Drehung. Zwischen beiden ist auf der Achse 5 das Kegelrad 4 frei verschiebbar, welches sich an den jeweils stromführenden Magneten als Anker anlegt und so dessen Bewegung auf das Zahnrad 6 überträgt, welches die Schreibspindel 8 mit Schreibstift 15 nach rechts oder links bewegt. Ist also Stromkreis 13—13 geschlossen, so wird die Spindel 8 in Richtung Pfeiles 14 geschoben. — Der vom Meeresboden reflektierte Impuls gelangt über den Empfänger *k, i* und das Telefon *l* zur Resonanzröhre *n*, die auf den Ton des abgesandten Impulses abgestimmt ist und so das Echo herausfiltert. Die schwingende Membran *m* schließt den Stromkreis *g-g*, wodurch die Spindel 8 bei 9 angezogen wird; dabei öffnet sich Stromkreis 13—13, während Stromkreis 18—18 geschlossen wird. Die Spindel 8 bewegt sich nun in Richtung Pfeiles 19, bis sie an den Kniehebel 20, 21 stößt, der die Kontaktrolle 11 auf das isolierte Feld 22 schiebt, womit der Lotvorgang einmal abgelaufen ist. Eine kontinuierliche Aufzeichnung ist durch eine dauernde Rotation der Scheibe *a* möglich. — Kommt das Echo zurück, während die Spindel 8 noch auf dem Kontakt 23 gleitet (also bei sehr geringer Tiefe), so wird über das Kontaktstück 24, den Hebel 9 und 21, 20 der Stromkreis der Alarmglocke geschlossen.

Nach: Teknisk Ugeblad (Kristiania) 22, 405 (1904).

### Das Frei- oder Fall-Lot.

MAURY (1806—1873) berichtet in seinem Buch „The Physical of the Sea and its Meteorology“ [31, 32] im Paragraph 678 kurz über die Versuche BONNYCASTLES, ohne jedoch dessen Namen zu nennen und erwähnt im Paragraph 680 einen anderen Vorschlag der akustischen Tiefenmessung:

„Ein alter Seekapitän schlug ein Torpedo vor, wie man sie bisweilen beim Walfischfang braucht, um die Ungeheuer der Tiefe mit Pulver zu sprengen. Der Apparat sollte in diesem Falle explodieren, sobald er den Grund berührte. Es wurde vorgeschlagen, zuerst durch Versuche die Sinkgeschwindigkeit des Torpedos zu bestimmen und weiter die Schallgeschwindigkeit oder die Aufstiegsgeschwindigkeit des Gases und so aus dem Zeitabstand die Tiefe zu bestimmen. Proben vom Meeresboden würde man natürlich nicht erhalten können, der Anwendung des Apparates traten auch sonst Schwierigkeiten in den Weg“.

an, so würde bei der Echomethode der Schall für Hin- und Rückweg  $1/150$  sec benötigen, bei einer Genauigkeit von 10% müßte diese Zeitmessung mindestens auf  $1/1500$  sec genau ausgeführt werden. Bei einem im Meer heruntersinkenden Sprengkörper mit einer Sinkgeschwindigkeit von 2 m/sec würde die gesamte Sinkzeit bei 50 m Tiefe 25 sec betragen, die sich leicht auf ein Prozent genau messen läßt. Hauptfehlerquelle bei diesem Verfahren liegt natürlich in der Sinkgeschwindigkeit des Sprengkörpers, besonders durch Strömungen beeinflusst wird und auch nicht die richtige Tiefe unter dem Kiel gibt. Ein wesentlicher Vorteil ist allerdings, daß bis zu einer Tiefe von 100 m keinerlei akustische Hilfsmittel nötig sind, um an Bord eines Schiffes den Schall zu vernehmen.

Diese sog. Freilote oder Fallote, wie sie ursprünglich genannt wurden, kamen in Deutschland erst nach dem 1. Weltkrieg in Gebrauch; sie wurden zuerst



Signalgesellschaft Kiel m.b.H. ausgebildet und von den Atlas-Werken in Bremen herausgegeben. Das Freilot wurde auch in der deutschen Armee offiziell als Lotgerät eingeführt [33].

JOLY (1857—1933) berichtet, daß ihm bereits 1890 ein deutsches Patent [34] auf dieses Verfahren erteilt wurde, welches er aber verfallen ließ, da die Admiralität kein Interesse dafür zeigte. Einige Jahre später ließ ein Offizier der britischen Marine unabhängig von JOLY die gleiche Methode wieder patentieren. Die Methode, welche JOLY seinerzeit ausführte, fanden seine Anhänger auf der Küste vor Dublin statt. Er benutzte kleine Patronen mit etwa 15 g Schießpulver Inhalt. — In Deutschland machte BEHM (1880—1952) im Jahre 1900 ebenfalls Versuche nach der Freilotmethode [36]. BEHM erhielt im Jahre 1916 ein Reichspatent auf das Freilot [37].

### Die moderne Entwicklung des Echolotverfahrens.

Im Jahre 1904 veröffentlichte der norwegische Ingenieur H. BERGGRAF in einer norwegischen Zeitschrift [38]<sup>1</sup> die ausführliche Beschreibung eines Gerätes (Abb. 1), welches er „Bathometer“<sup>2</sup> nannte und dessen Prinzip auf der Echomethode beruht. Einige Einzelheiten der Konstruktion überlegte er sich selbst, besonders genannt: so z. B. eine Resonanzröhre, um das Verhältnis Signal/Geräusch zu verbessern, eine Schreibvorrichtung zur kontinuierlichen Aufnahme des Meeresbodenprofils und eine Alarmschaltung, welche bei einer bestimmten Mindesttiefe in Aktion tritt. Es läßt sich nicht feststellen, ob dieses Gerät wirklich gebaut und ob damit Versuche angestellt sind.

Ein Amerikaner, A. F. EELLS, erhielt vom 19. März 1906 ein deutsches Reichspatent (mit der U.S. Patentschrift vom 20. 3. 1906 [45]) mit dem Titel: „Ver-

ein kurzes Referat hierüber in der ETZ [39].

Die Bezeichnung „Bathometer“ findet man für eine ganze Anzahl verschiedener Geräte zur Messung der Meeres-tiefe. Das älteste scheint das Hooksche Bathometer zu sein, welches BAUMGARTNER [40] wie folgt beschreibt: „Es besteht aus zwei aneinander gehängten Körpern, wovon der eine spezifisch schwerer, der andere spezifisch leichter ist als das Wasser. Man taucht sie ins Wasser, so macht sich der leichtere alsogleich vom schwereren los, sobald er den Meeresboden erreicht hat und steigt in die Höhe, so daß man aus der Zeit, welche verfließt, vom Augenblicke des Untersinkens bis zum Emporkommen, die Tiefe berechnen kann“.

Ein weiterer Erfinder, C. W. SIEMENS (1823—1883, einer der Brüder von W. SIEMENS) angegebene Bathometer [41, 42] beruht auf dem Prinzip der Schwerkraft, die dadurch zustande kommt, daß ein Körper in der senkrechten Anordnung zum Landmassiv durch eine Wasserschicht ( $\rho = 1$ ) ausgefüllt ist und die Auftriebskraft geringer wird. Ein entsprechendes Modell wurde auch gebaut und ausprobiert. SIEMENS hatte sogar die Idee vor, daß sein Apparat wie ein Barometer in der Kapitänskajüte hängen könnte und so dauernd die Meerestiefe anzeigt. — Ganz abgesehen von der tatsächlichen Meßgenauigkeit ist natürlich nur ein ungenügender Anhalt über die Meerestiefe möglich. Anlaß zu dieser Vermutung gab die Auslegung von Unterseekabeln, für die das Kenntnis zumindest des ungefähren Verlaufs des Meeresbodens von großer Wichtigkeit ist. (Siehe hierzu auch die sich im Vortrag von DOUGLAS [43] anschließende Diskus-

sion von BROOKE angegebenes Tiefseelot, welches aus einer hohlen Kanonenkugel, die sich am Ende eines langen Drahtes befindet, wobei die Kugel bei Grundberührung sinkt und dadurch das Erreichen des Bodens bestätigt wird, namentlich aber das Aufholen sichert [44], häufig auch Bathometer genannt.

fahren und Vorrichtung zum Bestimmen von Meerestiefen, bei dem die Geschwindigkeit des Schalles im Wasser als Maß für die Tiefe benutzt wird“. Dieses Patent kann jedoch kaum mehr als ein Ideenpatent gewertet werden, denn die technischen Angaben zur Durchführung des Verfahrens sind so dürftig, daß man eine brauchbare Ausführung anhand dieses Patentdokuments wohl bezweifeln kann. — Sowohl das amerikanische, als auch das deutsche Patentrecht fordern eine Vorprüfung; aber es scheint, daß die Idee BERGGRAFS bei den Patentbehörden nicht bekannt geworden ist.

### Entwicklungen, die durch die Titanic-Katastrophe angeregt wurden.

Ein wichtiger Zeitpunkt in der Geschichte des Echolotes ist der Untergang des englischen Passagierschiffes *Titanic* auf seiner Jungfernfahrt bei Zusammenstoß mit einem Eisberg in der Nacht vom 14. zum 15. April 1912.

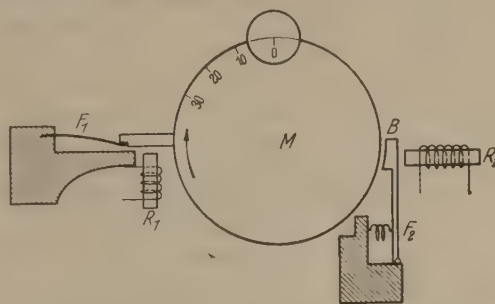


Abb. 2. BEHM-Kurzzeitmesser für Echolotung ( $R_1$ , Relais zur Freigabe,  $R_2$ , Relais zur Bremsung der um  $M$  drehbaren Scheibe,  $F_1$  Antriebsfeder,  $B$  Bremse,  $F_2$  Bremsfeder).

Nur fünf Tage später, am 20. April 1912, reichte L. F. RICHARDSON, ein Physiker aus Newcastle-on-Tyne, dem britischen Patentamt eine Patentschrift [46] ein, welche sich auf die Aussendung und den Empfang von Schallimpulsen in Luft — insbesondere zur Feststellung von Eisbergen — bezog. In einer weiteren, von RICHARDSON am 10. Mai 1912 eingereichten Schrift [47] wird dieser Anspruch auch auf Schallechos, die unter Wasser abgesandt und z. B. von dem unter Wasser befindlichen Teil eines Eisberges reflektiert und dann wieder aufgefangen werden, erweitert. Der an sich naheliegende Gedanke, mit Hilfe von Schallechos auch die Meerestiefe zu messen, wird in beiden Patenten nicht geäußert. Es wird im übrigen in physikalisch klarer Form dargelegt, daß zur Erzielung einer Richtwirkung die Wellenlänge klein gegenüber den Abmessungen der strahlenden Fläche sein muß, daß also Schall hoher Frequenz erforderlich ist. RICHARDSON schlägt eine solche von 100 kHz vor und als Schallquelle eine hydrodynamische Pfeife. PARSONS (1854—1931), der Erfinder der Dampfturbine, versuchte auch eine solche Pfeife genügend hoher Frequenz zu bauen, aber es gelang nicht, ausreichende Ultraschalleistungen zu erzielen [48].

In Deutschland wurde besonders A. BEHM durch das *Titanic*-Unglück bewogen, sich näher mit der akustischen Tiefenmessung zu befassen. — Der Weg, den er zuerst einschlug und der ihm durch ein Reichspatent [49] geschützt wurde, bestand darin, daß sich aus der Stärke eines Echos die Wassertiefe ergeben sollte, ein Verfahren, welches aber wegen des sehr



unterschiedlichen Reflexionsgrades des Meeresbodens sich als sehr unsicher erweisen mußte und schon bald aufgegeben wurde. BEHM kehrte zu dem (an sich bekannten) Verfahren zurück, die Wassertiefe aus der Laufzeit eines Schallimpulses zu bestimmen. Bekannt sind z.B. seine damit zusammenhängenden Untersuchungen über die Ausbreitung von Knallwellen eines Unterwasserfunkens in einem Glasbassin [50], wobei er sich zur Sichtbarmachung der DVÖRÁKSchen Schlierenmethode [51] bediente<sup>1</sup>. Wie schon oben erwähnt, handelt es sich bei der Laufzeitmethode (jedenfalls bei solchen Tiefen, wie sie für die Schiffsnavigation wichtig sind) um die verhältnismäßig genaue Messung kleiner Zeitdifferenzen. Es ist der Hartnäckigkeit und der Initiative BEHMs zu danken, daß es nach jahrelangen, mühevollen Versuchen gelang, diese Kurzzeitmessung in technisch einfacher und auch bordverwendungsfähiger Weise durchzuführen. Den von BEHM angegebenen Kurzzeitmesser, der ihm in Jahre 1920 in Deutschland [53] und zahlreichen anderen Staaten patentiert wurde, zeigt Abb. 2. — Das BEHMsche Verfahren besteht bekanntlich darin, daß kurz unter der Wasseroberfläche eine Knallpatrone entzündet wird. Der Primärschall setzt über ein Unterwassermikrophon und ein Relais  $R_1$  die Scheibe des Kurzzeitmessers frei, deren Drehung durch das Echo über ein zweites Mikrophon und Relais  $R_2$  angehalten wird und aus dem Drehwinkel die Laufzeit liefert, wobei die Meerestiefe direkt an einer Skala abgelesen wird. Wesentlich ist, daß der Schall Schatten des Schiffskörpers verhindert, daß das Relais  $R_2$  schon durch den Primärknall in Tätigkeit tritt. — Die Grenzen des Verfahrens liegen auf der Hand: Eine kontinuierliche Anzeige ist nicht möglich; zahlreiche Lotungen erfordern einen großen Vorrat an Knallpatronen, was (abgesehen von den Kosten) insbesondere auf Handelsschiffen nicht ganz ohne Gefahr ist; zum anderen scheidet dieses Verfahren für die große Zahl von Fischereifahrzeugen, für die eine genaue Tiefenbestimmung zum Aufsuchen der Fangplätze besonders wichtig ist, wegen der Fische scheuchung beim Detonieren der Knallpatrone aus. Sehr bemerkenswert ist jedoch, daß BEHM bereits im Jahre 1928 in einer Patentschrift [54] den Gedanken äußert, das Echolot zur Feststellung von Fischschwärmen und von zum Fischen besonders geeigneten Wasserstellen zu verwenden.

Auch für die Höhenbestimmung von Luftfahrzeugen aus entwickelte BEHM ein akustisches Lot. Die Königlich Niederländische Gesellschaft für Luftschiffahrt, Amsterdam, veranstaltete ein internationales Preisausschreiben für die Schaffung eines sicheren Höhenmessers für Flugzeuge im Nebel, bei dem BEHM für sein Luftlot einen Preis von 1000 Gulden

<sup>1</sup> Diese Versuche waren von BEHM in der Absicht unternommen worden, zu untersuchen, ob im Wasser überhaupt ein Echo wahrzunehmen ist. Allerdings wird schon in dem „Report of the Light-House Board“ vom 30. Juni 1908 (zitiert nach ПЕЧК [52]) auf den unter Umständen sehr störenden und irreführenden Einfluß von Schallreflexions-Erscheinungen bei ungeeigneter Aufstellung von Unterwasserglocken hingewiesen. Es wird besonders davor gewarnt, diese nicht vor steilen Sandbänken oder felsigen Küsten zu placieren, da Echos zu Irrtümern Anlaß geben können.

BEHM hat auch versucht, einen Unterwasserfunken für Echolotungen im Kieler Hafen zu verwenden. Die Schallstärke war für eine direkte Echolotung (ohne Verstärker) nicht ausreichend. (Mittl. Behm-Echolot Fabrik, Kiel vom 30. Oktober 1951.)

erhielt [55]. — Von BEHM stammt auch die Präzisierung des Wortes „Echolot“. Im Jahre 1928 wurde er an der Universität Kiel zum Dr. med. h. c. ernannt.

#### *Echolotversuche mit dem FESSENDEN-Oszillator*

In den USA wurden bereits im April 1914 Versuche zur Ortung von Eisbergen und auch zur Messung der Meerestiefe durchgeführt. Hierüber berichten KATZ, QUINAN vom U.S. Revenue Cutter (Zollkutter) MIAMI [56] und ebenso BLAKE [57]. Die Schallquelle war ein FESSENDEN-Oszillator, Abb. 3, von FESSENDEN (1866—1932) für die Submarine Signal Company für Unterwasserschallzwecke entwickelt worden war [58]. Die Methode der Tiefenmessung wird in einem amerikanischen [58a], wie auch in einem deutschen Patent [58b] beschrieben. — Versuche waren zufriedenstellend; so konnte das durch einen Eisberg zurückgeworfene Echo nicht nur von den Unterwasserschallempfängern, sondern auch in der Offiziersmesse und in einem Store-Raum unterhalb der Wasserlinie deutlich gehört werden. Auch in den Lotversuchen in 65 m Wassertiefe waren erfolgreich. Es ist aber dabei zu bedenken, daß der FESSENDEN-Oszillator einige hundert Kilo wog, zu seinem Betrieb ein 500- oder 1000-Perioden-Wechselstromgenerator erforderlich war, den aber Schiffe mit Funkstation für den Betrieb der Löschfunkengeneratoren besaßen. — Die von FESSENDEN vorgeschlagene Methode der Echomessung war jedoch nicht frei von Mehrdeutigkeit. Sie wurde durch eine umlaufende Walze bewirkt, wobei die Stellung einer Bürste geschoben wurde, bis das Echo zu hören war. Da insbesondere bei kleinen Tiefen, eine mehrfache und Herreflexion des Schallimpulses erfolgt, läßt sich bei einer großen Zahl verschiedener Bürstenstellungen das Echo vernehmen, die Zuordnung ist also nicht eindeutig. Ein solches Meßverfahren, von dem leidet, am Ende die Sicherheit von Mannschaft und Schiff abhängt, ist aber sehr fragwürdig.

Im Herbst 1915 wurden auf dem kanadischen hydrographischen Vermessungsschiff *CARTIER* ähnliche Versuche (auch mit einem FESSENDEN-Oszillator) durchgeführt, über die KING im Jahre 1916 berichtet [59].

#### *Entwicklung des Ultraschall-Echolotes durch LANGSTON und CHILOWSKY*

Ganz besonders erfolgreiche und fruchtbringende Arbeit auf dem Gebiet der Echomessung wurde während des 1. Weltkrieges in Frankreich durchgeführt. Dieser Entwicklungsabschnitt wird z.B. in der Publication Speciale No. 3 des Bureau Hydrographique International (Monaco) [60] und von KLEIN [61] beschrieben, denen wir im nachstehenden auch wesentlichen folgen, ebenso einem mit J. B. gezeichneten Artikel in Nature [61].

Den Antrieb zu diesen Forschungen gab die deutsche U-Boot-Gefahr. Gegen Ende des Jahres 1911 reichte der russische Ingenieur CHILOWSKY der französischen Regierung einen Vorschlag zur Ortung von U-Booten ein. Im Jahre 1912 hatte, wie schon erwähnt, RICHARDSON die Verwendung von Schall hoher Frequenz zur Erzielung einer Richtwirkung vorgeschlagen. Wenn auch zur Messung der Meerestiefe nicht unbedingt eine Richtwirkung notwendig



st diese doch zur Ortung (der Richtungsbestimmung) eines Zieles, wie eines U-Bootes, unbedingt erforderlich. — Der Vorschlag CHILOWSKYs bestand darin, zur Erzeugung der notwendigen hohen Frequenz einen ungedämpften elektrischen Hochfrequenzgenerator (zur Verfügung stand damals nur im wesentlichen der POULSENSche Lichtbogengenerator) zu verwenden und mittels eines elektromagnetischen Systems die elektroakustische Wandlung zu bewerkstelligen. Diese Idee CHILOWSKYs wurde von PAINLÉ (1863—1933, franz. Mathematiker und Politiker, März bis November 1917 Kriegsminister) LANGEVIN (1872—1946), zu dieser Zeit Professor in Paris, begutachtet und vorgelegt. LANGEVIN erkannte

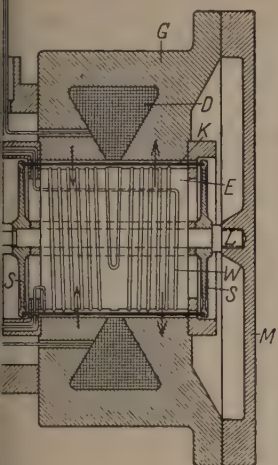


Abb. 3. FESSENDEN-Oszillator.

Der FESSENDEN-Oszillator kann als Transformator angesehen werden, wobei die am schwingenden Teil befestigte Primärspule ein einziges Kurzschlußglied darstellt, während das zweite als langgestreckte Transformatorspule am ruhenden Magnetkern befestigt ist.

Die Primärspule besteht aus dem Drahtrohr K mit den beiden Endschleifen, die durch die Bolzen L mit der Membran M verbunden sind. Auf dem ruhenden Magnetkern E befindet sich eine Sekundärspule W, deren beide gegenläufig gewundenen Teile so in Serie geschaltet sind, daß die durch die Wicklung fließende Stromstärke in den beiden Spalthälften gleichzeitig entgegengesetzt ist. Wird die Primärspule mit Wechselstrom gespeist, so induziert sie als Transformatorprimärspule im Kupferzylinder die Sekundärspule, die sehr starke Wechselströme, die zusammenwirken mit dem Feld der Membran in axiale Schwingungen versetzen, da die Kraftwirkung infolge des zeitlich entgegengesetzten Strom- und Magnetfelds in den beiden Spalthälften sich addiert. — Die Membran besteht aus einem massiven Eisenkern mit der Sekundärwicklung D.

Seine Mitarbeiter erreichten eine Reichweite von 2000 m mit dem Oszillator.

Elektronenröhren standen LANGEVIN im Frühjahr 1916 zur Verfügung und mit diesem Hilfsmittel ließ er auch Quarz als piezoelektrischer Wandler benutzen, vorerst fand er jedoch nur für Empfangszwecke Verwendung. — Mit der Verfügbarkeit des Quarzes war LANGEVIN in seiner Studentenzeits am Laboratorium der Brüder CURIE (die bekanntlich die Entdeckung des piezoelektrischen Effekts sind [62]) in Berührung gekommen. Die große Leistung LANGEVINs liegt nun darin, eine technisch brauchbare

sofort die Schwierigkeiten der elektromagnetisch - akustischen Wandlung bei den in Frage kommenden hohen Frequenzen.

CHILOWSKYs Vorschlag der Verwendung eines POULSEN - Generators als Hochfrequenzquelle fand jedoch Anerkennung, nur wurde bei den ersten Versuchen, die LANGEVIN und CHILOWSKY gemeinsam durchführten, die elektroakustische Wandlung kapazitiv (also mittels eines Kondensatorlautsprechers) bewirkt. Die ersten Versuche fanden in einem Wasserbecken von  $6 \times 3 \times 1,50$  m statt. Die erzeugte Ultraschallenergie muß nicht ganz gering gewesen sein, denn der Nachweis erfolgte mittels eines Torsionspendels als Schallradiometer. Auch mittels eines Kohlemikrophons wurde die Ultraschallstrahlung nachgewiesen (vermutlich unter Verwendung des Überlagerungsprinzips). Im Februar 1916

erzielten LANGEVIN

Lösung für die Erzeugung von Ultraschall hoher Intensität angegeben zu haben. — Die Versuche, Ultraschall durch einen kapazitiven Geber zu erzeugen, waren nicht weitergeführt worden, da das Ziel, etwa 1 kW abgestrahlte Ultraschalleistung zu erzielen, hiermit nicht zu erreichen war.<sup>1</sup>

Für die ersten Versuche stand LANGEVIN eine Quarzplatte von  $10 \times 10$  cm<sup>2</sup> und einer Dicke von 16 mm zur Verfügung, welche, insbesondere bei guter optischer Reinheit (nichtverzwillingt) als eine große Kostbarkeit zu betrachten ist. Überdies liegt die Eigenfrequenz dieser Quarzplatte bei etwa 150 kHz, eine für Übertragung von Ultraschallenergie auf große Entfernung wegen der mit der Frequenz quadratisch zunehmenden Absorption sehr ungünstige Frequenz. Mit dieser Quarzplatte gelang es jedoch LANGEVIN, eine Gesamtultraschalleistung von etwa 1 kW zu erzielen. So wurden z. B. kleine Fische, die sich zu fällig in dem Versuchsbassin befanden, getötet.

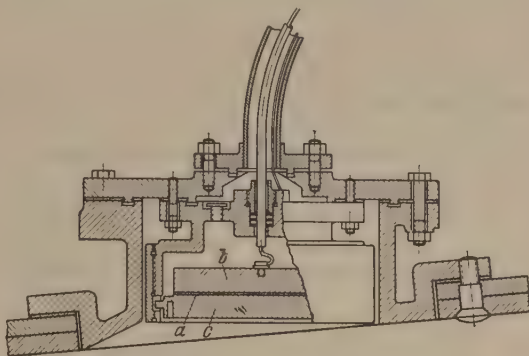


Abb. 4. Dreischichtenträger nach LANGEVIN-FLORISSON als Ultraschallgeber und -empfänger für Echolote. b und c Stahlplatten, a Quarzmosaikschicht X-Schnitt.

Auch RUTHERFORD (1871—1937), der auf englischer Seite einer inter-alliierten Kommission zur Bekämpfung der U-Boot-Gefahr angehörte [63], hatte an die Verwendung des piezoelektrischen Effekts zur Ultraschallerzeugung gedacht, es jedoch nicht für möglich gehalten, daß dieser praktisch ausgenutzt werden könnte.

Sehr lehrreich ist der Weg, den LANGEVIN einschlug, einmal um eine genügend große strahlende Fläche zu erhalten und zweitens die Eigenfrequenz des (mechanischen) schwingenden Systems beträchtlich herabzusetzen. — Zur Erzielung einer großen strahlenden Fläche wurde diese aus einzelnen Quarzstückchen mosaikartig zusammengesetzt, eine Arbeit, die hohe Genauigkeit fordert; die Dickentoleranz der einzelnen Quarzstücke beträgt etwa  $7/1000$  mm. Dieses Quarzmosaik wird zwischen zwei Stahlplatten gekittet, jede von rund der Dicke eines Viertels der gewünschten Wellenlänge. Das so entstandene System (der von LANGEVIN gebrauchte Ausdruck „sandwich“ ist sehr treffend) kann nun als  $\lambda/2$ -Stab angesehen werden. Durch Anlegen einer hochfrequenten Wechselspannung (Frequenz = Eigenfrequenz des mechanischen Systems) an die beiden Stahlplatten wird der Drei-

<sup>1</sup> Als Vorbild diente im wesentlichen die mit einem FESSENDEN-Oszillator zu erreichende Schalleistung, die bei einigen kW lag. — Abgesehen von der ungerichteten Strahlung dieses Schallgebers kam seine Verwendung wegen der im optimalen Hörgebiet liegenden Frequenz für Kriegszwecke (also in diesem Falle für die U-Boot-Ortung) keinesfalls in Betracht.



schichtenträger zu einem Resonanzschwinger. Die Eigenfrequenz der mittleren Quarzschicht spielt nun keine Rolle mehr; man könnte diesen LANGEVIN-Schwinger etwa so betrachten, als ob er aus einem homogenen, piezoelektrischen Material (hier also sozusagen Stahl) bestünde. Bei einer von LANGEVIN gebauten Ausführungsform betrug die Dicke jeder Stahlplatte 30 mm und die der Quarzschicht 2 mm; hieraus ergibt sich eine Eigenfrequenz des ganzen Systems von etwa 40 kHz. Die Quarzschicht ist im Knoten der Bewegung und damit im Druckbauch angeordnet, so daß hier starke Dilationskräfte auftreten. Daher müssen sehr hohe Anforderungen an die Verkitung gestellt werden. Eine spätere, für Echolotzwecke entwickelte Ausführung zeigt Abb. 4.

Es ist sehr interessant, daß LANGEVIN zur Ultraschallerzeugung auch schon die Magnetostriktion in den Kreis der Betrachtungen gezogen hatte, 'mais ce champ de possibilités s'est trouvé rapidement éliminé' [60, S. 29]<sup>1</sup>.

Am Ende des Jahres 1917 wurde das Gerät versuchsweise auf einem Schiff eingebaut. Es gelang eine Ultraschallübertragung auf 9 km, während ein Echo von einem in 2 km Entfernung im Wasser schwimmenden Körper zurückkam. — Ein ganz besonderer Vorteil ist, daß derselbe Dreischichtenträger sowohl als Geber als auch als Empfänger zu verwenden ist, es bestehen geradezu ideale Anpassungsverhältnisse bezüglich der Frequenz für den zurückkommenden Schallimpuls.

Auf einer inter-alliierten Konferenz über U-Bootabwehr am 1. Juni 1917 in Washington war die Ultraschallortung als aussichtsreiche Methode angesehen worden. Daraufhin begannen auch in den USA Forschergruppen, die von KLEIN [48] als die Columbia-Gruppe (Ostküstengruppe) und die San Pedro-Gruppe (Westküstengruppe) bezeichnet werden, mit Untersuchungen auf diesem Gebiet. So wurden z. B. auch Versuche mit Seignettesalz-Ultraschallgebern gemacht. — Keines der entwickelten Geräte, auch nicht das von LANGEVIN, fand jedoch für aktiven Kriegseinsatz mehr Verwendung.

Mit der technischen Anwendung des piezoelektrischen Effekts hatte jedoch LANGEVIN die Grundlage für ein ganz neues Forschungsfeld — die Physik und Technik des Ultraschalls — geschaffen. Er selbst ist später auf diesem Gebiet wenig forschend tätig gewesen. Es ist klar, daß diese Entwicklung ohne die

Möglichkeit der Erzeugung hochfrequenter elektrischer Schwingungen nicht hätte in Gang kommen können.

Die Weiterentwicklung der Ultraschalltechnik wurde von BOYLE (einem Mitarbeiter LANGEVINs aus der Kriegszeit) in Kanada und von WOOD in USA durchgeführt. WOOD war Zeuge der LANGEVINschen Versuche während des Krieges in dessen Laboratorium in Toulon gewesen und sein besonderes Interesse an diesem Forschungszweig führte im Juni 1927 zu den Versuchen mit LOOMIS, wobei die Veröffentlichung hierüber im Philosophical Magazine [71a] als die klassische und grundlegende Ultraschallarbeit anzusehen ist.

In Deutschland scheint von amtlicher Stelle während des 1. Weltkrieges wenig über das Echoverfahren geforscht worden zu sein. Die Unterwasserschalluntersuchungen erstreckten sich auf zahlreiche grundsätzliche Fragen; daneben wurden Unterwasserhorchgeräte und Mittel zur Unterwassertelegraphie entwickelt. Dieser Zeitabschnitt der Unterwasserschalltechnik wird in der schon mehrfach erwähnten, ausgezeichneten Monographie von AIGNER [22] eingehend behandelt.

An dieser Stelle sei noch ein Echoverfahren erwähnt, welches ein Amerikaner, S. SPRITZ, im Mai 1922 zum Patent anmeldete [72]. Die Apparatur ist kompliziert und es ist wenig wahrscheinlich, daß damit tatsächlich Lotungen durchgeführt wurden. Interessant ist der Vorschlag zur Kurzzeitmessung, einem verhältnismäßig schnell umlaufenden, endlos um Stahlband wird mittels eines Magnetkopfes Sender- und Echoimpuls aufgezeichnet. Dann läßt man das Stahlband viel langsamer ablaufen und aus dem vergrößerten Impulsabstand und dem (bekannten) Verhältnis der Umlaufgeschwindigkeiten ergibt sich die Laufzeit des Schallimpulses.

*Die akustische Tiefenmessung nach HAYES mit Hilfe der Richtungshören und die Aufnahme des Atlantikprofils durch den Zerstörer Stewart im Juni 1922.*

In den USA hatte man sich während des Krieges mit der Entwicklung einer ganzen Reihe von Typen von Unterwasserhorchgeräten (Hydrophonen) beschäftigt. Eine besonders erfolgreiche Entwicklung war das MV-Hydrophon. Es bestand aus einer Anzahl einzelner, parallel geschalteter Mikrophone, wobei durch elektrische Laufzeitglieder ein Phasenausgleich bei den einzelnen Mikrophonen zu verschiedenen Zeiten eintreffenden Teilen der Schallwelle bewirkt wurde. Die Mikrophone waren fest in die Schiffswand eingebaut. Die Richtungsbestimmung erfolgte durch elektrische Phasenverschiebung mittels eines Gerätes, Kompensator genannt, wobei durch den Hörsinn auf Mitteneindruck eingestellt wurde. Eine ausführliche Beschreibung dieser Hydrophon-Typen wird von HAYES gegeben [73].

Ein MV-Hydrophon war auf dem amerikanischen Transporter *von Steuben* eingebaut, welcher für die Rückführung amerikanischer Truppen von Europa nach den USA diente. Man wollte feststellen, ob dieses für Kriegszwecke entwickelte Gerät zur sicheren Schiffsnavigation, also zur Peilung von Unterwasserschallsignalen, des Schraubengeräusches sich näher der Dampfer und zur Unterwassertelegraphie eingesetzt werden könnte.

<sup>1</sup> Die Erzeugung von Tönen mittels des längsmagnetostruktiven Effekts war an sich längst bekannt. So hat z. B. schon WERTHEIM [64], (der wiederum viele andere Forscher zitiert) 1848 durch Magnetostriktion hervorgerufene Töne beschrieben. Auch das REISSCHE Telephon [65] beruht bekanntlich auf der von JOULE (1818—1889) [66] 1841 gefundenen Magnetostriktion. Eine ganze Anzahl anderer Autoren haben ebenfalls magnetostruktive Mikrophone und Telephone beschrieben (67—69). Bei manchen dieser Arbeiten wird jedoch der magnetostruktive Effekt nicht klar herausgestellt. So scheint es sich bei dem von PAGE (1812—1868) im Jahre 1837 beschriebenen Versuch „The Production of Galvanic Music“ [70] nicht um Magnetostriktion zu handeln, obwohl dies gelegentlich behauptet wird [71]. Es liegt offenbar die Aufhebung der Kraftwirkung zwischen den beiden Polen eines Hufeisenmagneten durch das Streufeld einer in die Nähe gebrachten stromführenden Spule vor, wobei die beiden Schenkel des Magneten beim Ein- oder Ausschalten des Spulenstromes als Biegeschwinger ausschlagen. Auch die von KALISCHER [69] beschriebenen Versuche scheinen zum Teil auf diesem Effekt zu beruhen.



Der erste Versuch fand auf der Fahrt der *von* von New York nach Brest im März 1919 statt, die HAYES (der mit diesen Versuchen beauftragt berichtet [74]. Beim Verlassen von New York der Annäherung an Brest konnte man die Schrauberäusche vorbeifahrender Schiffe und Fährboote lich hören und anpeilen. Das Unterwassersignal Nantucket-Feuerschiffes war noch auf 40 Seegen gut zu hören. Zur großen Überraschung vern man aber auf hoher See [von etwa 500 Faden (00 m) Tiefe an] weder das Schraubengeräusch eifahrender Dampfer noch das eigene. Es muß HAYES durchaus als Verdienst anerkannt en, daß er die richtige Erklärung für dieses Phä-

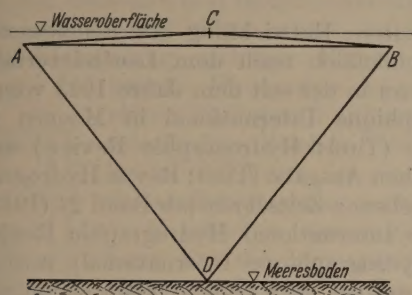


Abb. 5. Gegenseitige Aufhebung von direktem Schall (Weg A—B) und an der Oberfläche reflektiertem (Phasensprung von  $\pi/2$  in C) im Punkte B.

en fand, welche sich leicht aus Abb. 5 ergibt und Grundlage für eine neuartige Echomethode bilden. Schallstrahlen, die unter Wasser vom Punkt A gehen, können den Punkt B auf drei Wegen erreichen. Einmal der direkte Weg A—B, zweitens nach Reflexion an der Grenze Wasser/Luft (A—C—B) und drittens nach Reflexion am Meeresboden (A—D—B). Nun tritt aber bei Reflexion im Punkte C ein Phasensprung von  $\pi/2$  ein. Dieser bewirkt, daß bei herberder Gleichheit der Wege A—B und A—C—B eine Phasenverschiebung um  $\pi/2$  der über C im Punkte B ankommenden Welle gegenüber der direkten Welle, sich diese beiden in B auslöschen, so daß von, welchen man in B hört, nur durch Reflexion am Meeresboden dorthin gelangt sein kann<sup>1</sup>.

Auf Grund dieser Beobachtungen, die also ursprünglich gar nicht für Echolotzwecke gemacht worden waren, wurde alsbald eine neue akustische Methode zur Messung der Meerestiefe entwickelt. Das Prinzip geht aus Abb. 6 hervor. Als Schallquelle kann ein besonderer Unterwasserschallsender, kleinen Tiefen aber auch das Geräusch der Schiffshülse im Wasser dienen. Der Schall gelangt nach Reflexion am Meeresboden einmal zum Hydrophon 1

(Unterwasserschallempfänger 1) und zum Hydrophon 2, wobei beide Schallstrahlen mit einem Phasenunterschied, der sich aus der Strecke  $v \cdot \Delta T$  ergibt, bei den Hydrophonen eintreffen. Ganz einfache geometrische Betrachtungen zeigen, daß

$$H^2 = (vT)^2 - L^2$$

$$vT/L = l/v \cdot \Delta T \dots$$

(entsprechende Seiten ähnlicher Dreiecke)

woraus für die Wassertiefe folgt:

$$D = C + H = (l^2 - v^2 \cdot \Delta T^2)^{1/2} / v \cdot \Delta T.$$

(Die Bezeichnungen ergeben sich aus Abb. 6).

Vielleicht läßt sich aus dieser Tatsache auch eine Erklärung für die Diskrepanzen zwischen den Reichweiten bei Unterwasserschallversuchen von COLLADON, BONNYCASTLE und LUCAS, über die zu Anfang berichtet wurde, herleiten. BONNYCASTLE führte seine Unterwasserschallversuche an, bei denen die Schiffsglocke unter Wasser geläutet wurde, in sehr tiefem Wasser aus, so daß der am Meeresboden reflektierte Schall wegen des großen Weges so stark geschwächt war, an der Oberfläche anlangte, daß er mit den recht unbedeutenden Mitteln BONNYCASTLES nicht mehr vernommen wurde. Bei den Versuchen von LUCAS läßt sich die geringe Reichweite vielleicht so deuten, daß der am Flußgrund reflektierte Schall, (dort erfolgt übrigens kein Phasensprung) wegen des vermutlich sehr geringen Reflexionsgrades des Meeresgrundes zum größten Teil für die Schallübertragung verlor, während der direkte und der an der Wasseroberfläche reflektierte Schall (dort 100%ige Reflexion) sich am

(Unterwasserschallempfänger 1) und zum Hydrophon 2, wobei beide Schallstrahlen mit einem Phasenunterschied, der sich aus der Strecke  $v \cdot \Delta T$  ergibt, bei den Hydrophonen eintreffen. Ganz einfache geometrische Betrachtungen zeigen, daß

$$H^2 = (vT)^2 - L^2$$

$$vT/L = l/v \cdot \Delta T \dots$$

(entsprechende Seiten ähnlicher Dreiecke)

woraus für die Wassertiefe folgt:

$$D = C + H = (l^2 - v^2 \cdot \Delta T^2)^{1/2} / v \cdot \Delta T.$$

(Die Bezeichnungen ergeben sich aus Abb. 6).

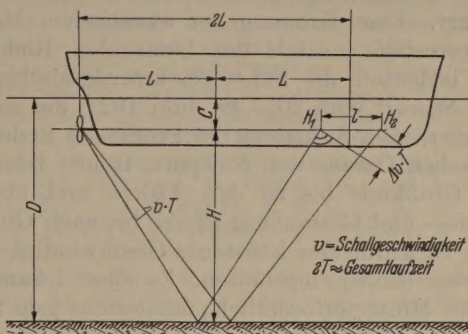


Abb. 6. Akustische Messung der Wassertiefe mittels Richtungshören nach HAYES.

In dieser Formel ist bis auf  $\Delta T$  alles bekannt. Bei dem HAYESSchen Verfahren wird nun die Zeitdifferenz, die dem Laufweg  $v \cdot \Delta T$  entspricht, gemessen. Bei den bisher beschriebenen Verfahren war das Hauptproblem die Vornahme der Kurzzeitmessung der Gesamtlaufzeit von Schallabgang bis Echorückkehr gewesen; bei der eben besprochenen Methode nach HAYES handelt es sich aber um die exakte Messung einer wesentlich kleineren Zeit. Ein Mittel zur Messung dieser Zeit liefert nun der menschliche Richtungshörsinn. Verbindet man das eine Hydrophon mit einem zum rechten Ohr, das andere Hydrophon mit einem zum linken Ohr führenden Telefon, so läßt sich mittels eines Kompensators auf Mitteneindruck der beiden Hörempfindungen einstellen. Die mit diesem binauralen Richtungshören zu erreichende Genauigkeit entspricht etwa 12 mm Wasserschallweg. Die Einstellung des Kompensators läßt sich, als Funktion von  $\Delta T$ , direkt in der gemessenen Tiefe eichen. Das Verfahren ist besonders für kleine Wassertiefen geeignet. Als Maximaltiefe hat sich aus der Erfahrung etwa das dreifache des Abstandes von Schallquelle zu Empfängern ergeben.

Noch im Verlauf des Jahres 1919 und im Jahre 1920 wurden einige außerordentlich erfolgreiche Erprobungen dieses neuen Verfahrens durchgeführt,

Orte des Beobachters auslöschen. Einzig COLLADON hatte den großen Vorteil, seine Versuche im Wasser mittlerer Tiefe (auf der Strecke seines ersten Versuches hat der Genfer See eine durchschnittl. Tiefe von 140 m) durchführen zu können. — AIGNER [22, S. 66] gibt als Erfahrungswert an, daß zur Erzielung großer Reichweiten die Wassertiefe mindestens das dreifache der verwendeten Schallwellenlänge betragen muß.

Die eben vorgetragene Erklärung für die Reichweitenunterschiede auf Grund der Überlegung von HAYES scheint bisher von anderer Seite noch nicht gegeben worden zu sein. — Auch die von COLLADON und BONNYCASTLE beobachtete eigentümliche Veränderung des Schallcharakters hängt vermutlich mit dem Zusammentreffen von direktem und reflektiertem Schall am Beobachtungsort zusammen.



so auf den Fahrten der Zerstörer *Breckinridge* und *Blakeley* vor der amerikanischen Atlantikküste, über die HAYES in den Proceedings der American Philosophical Society vom Jahre 1920 [74] berichtet. MAURER nimmt, insbesondere bezüglich der Genauigkeit vom Standpunkt des Hydrographen aus, in den Annalen der Hydrographie [75] zu den Ergebnissen kritisch Stellung.

Ein besonderer Vorteil des HAYESSchen Verfahrens ist, daß mit ihm eine kontinuierliche Anzeige der überfahrenen Tiefe möglich ist, allerdings erfordert es die dauernde Aufmerksamkeit eines geschulten Bedienungsmannes, ein wesentliches Hindernis für allgemeine Einführung, insbesondere in der Handels-schiffahrt. Eine Krönung der akustischen Messung der Meerestiefe mittels des binauralen Richtungshörens bedeutete die Fahrt des amerikanischen Zerstörers *Stewart* vom 20.—29. Juni 1922, die zu einer kontinuierlichen Aufnahme des Profils des Bodens des atlantischen Ozeans von Newport, Rhode Island auf einem Großkreis bis zu den Azoren und über die Josephine- und Gettysburg-Bänke bis nach Gibraltar führte. Es wurde eine konstante Geschwindigkeit von 15 Knoten (sm/h) eingehalten. Zu einer Lotung war etwa eine Minute erforderlich; mindestens jede 20. Minute wurde eine akustische Tiefenmessung vorgenommen, in Gebieten mit rapide sich ändernder Tiefe sogar jede Minute. — Die dabei angewandte Methode ist eine Variante des oben beschriebenen Verfahrens. Das entwickelte Gerät hatte die Bezeichnung „Sonic-Depth Finder“ und wird von HAYES in einer im Journal of the Franklin Institute [76] erschienenen Arbeit<sup>1</sup> und ebenso in der Marine Review [77] ausführlich beschrieben.

Das aufgenommene Tiefenprofil des atlantischen Ozeans ist auf der Rückseite der „Pilot Chart of the North Atlantic Ocean, January 1923“ abgedruckt und auch auf einer etwa 1,20 m langen Falttafel im Band 1 der Hydrographic Review [8] enthalten.

Mit dieser Demonstration im großen Maßstab der Brauchbarkeit der akustischen Methode zur Messung der Meerestiefe können wir diesen Entwicklungsrückblick abbrechen.

In Deutschland hatte BEHM allerdings schon sein Echolot entwickelt (die erste Beschreibung des von ihm konstruierten „Behm-Echolotes“ gab er im Jahre 1921 in den Annalen der Hydrographie [50]), aber

<sup>1</sup> Diese Arbeit ist auch in anderer Hinsicht bemerkenswert. Nach einer Besprechung der zur akustischen Tiefenmessung von FESSENDEN, SPITZ und BEHM vorgeschlagenen Methoden berichtet HAYES eingehend über seine eigenen Untersuchungen und kommt zum Schluß auch auf andere Anwendungsmöglichkeiten der akustischen Meßmethode zu sprechen. Es heißt dort: „It should serve equally well for determining the depth below the earth's surface of abrupt changes or discontinuities in the earth's crust such as are offered by oil and coal deposits or subterrean caverns. . . . And though it may seem far fetched, there is possibility that the methods outlined may also be utilized for locating cracks and blowholes in large castings“.

Wir haben nicht versucht festzustellen, wie weit diese Bemerkungen HAYES der Anlaß zur Entwicklung der Sprengseismik zur Lagerstättenforschung gewesen sind. — Eine Verwendung der Echomethode in der Werkstoffprüfung geht jedenfalls nicht von ihnen aus. Das Durchstrahlverfahren mittels Ultraschall wird erst 1929 von SOKOLOFF [78] auf Grund seiner Versuche zur Werkstoffprüfung vorgeschlagen. Eine Art Echoverfahren beschreibt MÜHLHÄUSER in einer Patentschrift [79] 1931, während das Laufzeitverfahren etwa ab 1940 von FIRESTONE [80] entwickelt wurde.

infolge der Nachkriegsverhältnisse scheint dort im Ausland wenig bekannt geworden zu sein. So hat MARTI auch im Jahre 1919 Echolotversuche mit Knallpatronen angestellt [83], wobei aber das gewandte Verfahren wesentlich weniger leistete als das BEHMsche Echolot. Insbesondere hatte man nicht die Wirkung des Schallschattens des Schiffkörpers ausgenutzt, wodurch das Echomikrophon von der Wirkung des Primärschalls abgeschirmt wird.

Die von LANGEVIN und seinen Mitarbeitern durchgeführten Untersuchungen führten zur Entwicklung eines Ultraschall-Echolotes unter der Lizenz LANGEVINScher Patente durch die Pariser Firma SC (Société de Condensation et d'Application mécaniques).

Die weitere Entwicklung der Echolotgeräte (fast ausschließlich nach dem Laufzeitverfahren) kann in der seit dem Jahre 1923 vom Bureau Hydrographique International in Monaco in englischer (Titel: Hydrographic Review) und in französischer Ausgabe (Titel: Revue Hydrographique) herausgegebenen Zeitschrift (ab Band 24 (1947) lautet der Titel: International Hydrographic Review bzw. Revue Hydrographique International) verfolgt werden. Es werden dort laufend Gerätebeschreibungen veröffentlicht und die mit akustischen Tiefenmessungen zusammenhängenden Fragen behandelt. Der Stand der Gerätetechnik vom Jahre 1939 kann aus Special Publication Nr. 33 [82] des oben genannten Büros ersehen werden. Eine Neuauflage dieser Veröffentlichung ist im Entstehen<sup>1</sup>.

Es seien hier abschließend noch einige Punkte genannt, die als besondere Marksteine in der Entwicklung der akustischen Verfahren Erwähnung verdienen.

Die Aussendung und der Empfang von Ultraschallimpulsen unter Ausnutzung des magnetostriktiven Effektes (eine heute fast überall für Echolotzwecke angewandte Methode) scheint, zumindest für die Aussendung, zuerst von GERDIEN<sup>2</sup> in einem Patent vom 19. 1. 1927 (Anspruch: Unterwasserschallsende) gekennzeichnet durch die Ausnutzung der Magnestriktion zur Erzeugung mechanischer Schwingung vorgeschlagen worden zu sein (Abb. 7). — Das Echolot mit magnetostriktivem Geber und Empfänger wurde bei der Britischen Admiralität von WOOD SMITH und McGEACHY [87] entwickelt und von der Firma Henry Hughes & Sons, London, in Lizenz gebaut. WOOD schreibt, daß die Ausnutzung des Effektes auf Versuchen beruht, die 1925 von E. HARRISON und ihm durchgeführt wurden. Ein erster Versuch mit einem magnetostriktiven Echolot nahm man im Februar 1930 bei Sherness vor. Versuche im tiefen Wasser begannen am 20. Juni 1931.

Ein sehr wichtiger Entwicklungsabschnitt, insbesondere auch für die Anerkennung des Echolots

<sup>1</sup> Das kürzlich erschienene Buch von GALWAY [81] 'Echo Sounding at Sea' ist kaum mehr als ein Bedienungshandbuch für britische Echolotgeräte.

<sup>2</sup> Durch Anfrage bei der Siemens & Halske A.G. konnten festgestellt werden, daß Versuche mit diesem Geber auch mit einer von GERDIEN vorgeschlagenen akustischen Tiefenmeßmethode [86] seinerzeit im Wannsee stattfanden. Ein magnetostriktiver Unterwasserempfänger wird bereits im Jahre 1908 in einer britischen Patentschrift [98] von GARRATT und LUCAS beschrieben. Auch das Tonpilzprinzip [99] wird hier schon angewendet.



zuverlässigem Meßgerät, beginnt mit der Einführung eines schreibenden Gerätes, welches fortlaufend auf einem Papierstreifen die überfahrene Tiefe zeichnet und so in sinnfälliger und geradezu fassender Weise ein Bild des Tiefenprofils des Meeres.

Ein schreibendes Echolotgerät wurde etwa im Jahre 1931 von der britischen Admiralität herausgebracht [88] (Hersteller: Henry Hughes & Sons, London), wenig später erfolgte die Entwicklung des Graphen der Atlas-Werke in Bremen [89].

Im Augenblick der Einführung schreibender Echolotgeräts noch gar nicht abzusehen, daß das so gewonnene Echogramm für den Hydrographen, den Ozeanographen, den Hydrobiologen, den Fischereiwissenschaftler, den Geologen und Geophysiker einmal neue Aufgaben zur Lösung geben würde, zum anderen zur Klarstellung wichtiger Fragen beitragen könnte. Die Analyse der neben dem reinen Tiefenprofil auftretenden oft rätselhaften Zeichen, ihrer Artikulation und Form, ist ein Problem, dessen Beherrschung noch aussteht.

— Es seien in diesem Zusammenhang nur die kommerziell bedeutungsvolle Ortung von Fischschwärmen [100] und die Erkennung von Schichtungen des Meeresbodens erwähnt [101, 102]; diese beiden Anwendungen des Echolotes benötigten eigenartigerweise lange Zeit bis zur Anerkennung und Nutzung.

Die Entwicklung des Echolotes ist also aus dem Bemühen und Forschen vieler Männer der verschiedensten Nationen hervorgegangen und bietet daher ein klares Beispiel einer wahrhaft internationalen Erfindung<sup>1</sup>.

#### Nachwort.

Während die in Deutschland auf dem Gebiet der Meßtechnik (Radar) im 2. Weltkrieg geleistete Forschungs- und Entwicklungsarbeit schon eingehend dargestellt wurde [91–93], ist über den deutschen Beitrag zur Unterwasserschalltechnik so gut wie gar nichts bisher berichtet worden<sup>2</sup>.

Nur HOLT [94] beschreibt in einer amerikanischen Zeitschrift das deutsche Gruppenhorchgerät (G); ein italienisches Buch von FEDERICI [95] enthält einiges über die deutschen (und britischen) Ortungsgeräte. — Über die während des Weltkrieges in den USA durchgeführten, z. T. umfangreichen Forschungen geben die Nachkriegsjahrgänge des Journal of the Acoustical Society of America hinreichend Aufschluß. Das amerikanische SONAR (Sound Navigation And Ranging)-Gerät wird besonders die Veröffentlichungen von HOLT [96, 97]. Das britische Ortungsgerät trägt

den Namen ASDIC (Anti-Submarine Defence Investigating Committee) und wird in dem oben erwähnten Buch von FEDERICI [95] näher beschrieben, während die Monographie von VIGOUREUX [100] über Quarzoszillatoren auch eine kurze Beschreibung, insbesondere des Gebers, welcher dem LANGEVINSCHEN Dreischichtenträger nachgebildet ist, enthält.

- Literatur.** [1] Ann. Chim. et Phys. **19**, 328 (1821). — [2] Ann. Chim. et Phys. **26**, 198 (1824). — [3] Ann. Chim. et Phys. **32**, 98 (1826). — [4] Ann. Chim. et Phys. **35**, 194 (1827). — [5] COLLADON und STURM: Ann. Chim. et Phys. (2) **36**, 113 und 225 (1827). — [6] COLLADON und STURM: Ann. Phys. **12**, 39 und 161 (1828). — [7] Proc. Amer. Phil. Soc. **1**, 39 (1838). — [8] Journ. Frankl. Inst. **24**, 351 (1839). — [9] Phil. Mag. (3) **14**, 538 (1839). — [10] Amer. Journ. of Science and Arts (Häufig als „Silliman's Journ.“ zitiert) **38**, 160 (1840). — [11] L'Institut. Journal générale des sociétés et travaux scientifiques de la France et de l'étranger. 1. Section = Sciences mathématiques, physiques et naturelles. **8**, 25 (1840). — [12] Bibliothèque universelle de Genève (Nouv. Sér.) **22**, 380 (1839). — [13] BLOCHMANN, R.: Marine Rundschau **9**, 197 (1898). — [14] EWING, M. u. a.: Bull. Geologic Soc. Amer. **57**, 909. (1946). — [15] FRIEDMAN, B.: Comm. Pure and Appl. Math. **3**, 177 (1950). — [16] ARONS, A. B. u. a.: Journ. Acoust. Soc. Amer. **20**, 271 u. 277 (1948). — [17] COLE, R. H.: Underwater Explosions, Princeton, 1948. — [18] COLLADON: Compt. Rend. Acad. Sci., Paris **13**, 439 (1841). — [19] COLLADON, D.: Ann. Phys. **54**, 130 (1841). — [20] TYNDALL, J.: Der Schall, 3. Aufl., Braunschweig, 1897. — [21] EWING, M. und J. L. WÖRZEL: Memoir 27 of the Geologic. Soc. of Amer. (15. Oktober 1948). — [22] AIGNER, F.: Unterwasserschalltechnik, Berlin, 1922. — [23] STIEFLER, W. W. und W. F. SAARS: Electronics **21**, 98 (Juni 1948). — [24] Historisch-Biographisches Lexikon der Schweiz, 2. Neuenburg (1924), S. 601. — [25] COLLADON: Compt. Rend. Acad. Sci. Paris **15**, 800 (1842). — [26] LUCAS, M. F.: Compt. Rend. Acad. Sci., Paris **75**, 204 (1872). — [27] THRELFALL, R. und J. F. ADAIR: Proc. Roy. Soc. (London) **46**, 496 (1889). — [28] WOOD, A. B.: A Textbook of Sound, 2. Aufl., London, 1946, S. 299. — [29] KEYS, D. A.: Phil. Mag. (6) **42**, 473 (1921). — [30] KRAUSS, J.: Ann. Hydrograph. **48**, 18 (1920). — [31] MAURY, M. F.: The Physical Geography of the Sea. An Entirely New Edition, London, 1856. — [32] MAURY, M. F.: Die physische Geographie des Meeres. Deutsch bearbeitet von C. BÖTTGER, 2. mehrf. veränderte u. verm. Aufl. Leipzig, 1859. — [33] KUNZE, W.: Seeschiffahrtstag Berlin, 1927, S. 214. — [34] JOLY, J.: Brit. Pat. Appl. No. 14 373/1888 vom 6. 10. 1888. — [35] JOLY, J.: Phil. Mag. (6) **36**, 1 (1918). — [36] SCHULZ, B.: Ann. Hydrograph. **52**, 254 u. 289 (1924). — [37] WENDLER, A.: DRP. 300 285 v. 25. 3. 1916. — [38] BERGGRAF, H.: Teknisk Ugeblad (später T. Ukeblad), Kristiania, **22**, 404 (1904). — [39] ETZ **26**, 150 (1905). — [40] BAUMGARTNER, A.: Die Naturlehre nach ihrem gegenwärtigen Zustande, 3. umgearb. u. verm. Aufl., Wien, 1829, S. 671. — [41] SIEMENS, C. W.: Phil. Transact. Roy. Soc. (London) **166**, 671 (1876). — [42] SIEMENS, C. W.: Die Eisen- und Stahlindustrie in England. Der Bathometer. Vorträge, Berlin, 1878. — [43] DOUGLAS, H. P.: Geographical Journ. (London) **74**, 47 (1929). — [44] LUEGERS Lexikon der gesamten Technik, 3. Aufl. **4**, 762, Leipzig, 1928. — [45] EELLS, A. F.: DRP. 194 381 vom 19. 3. 1907; U. S. Patent 848 092 v. 26. 3. 1907. — [46] RICHARDSON, L. F.: Brit. Patent 9423 (1912). — [47] RICHARDSON, L. F.: Brit. Patent 11 125 (1912). — [48] KLEIN, E.: Journ. Acoust. Soc. Amer. **20**, 601 (1948). — [49] BEHM, A.: DRP. 282 009 v. 22. 7. 1913. — [50] BEHM, A.: Ann. Hydrograph. **49**, 241 (1921). — [51] DVÖRÁK, V.: Ann. Phys. **9**, 502 (1880). — [52] PECK, F.: Ann. Hydrograph. **37**, 103 (1909). — [53] BEHM, A.: DRP. 367 202 v. 1. 6. 1920. — [54] BEHM, A.: DRP. 507 942 v. 18. 12. 1928. — [55] BRUNS, R.: Zeitschr. f. Feinmech. und Präzision **33**, 67, 85 und 94 (1925). — [56] QUINAN, J. H.: Hydrographic Office Bulletin (Washington) vom 13. Mai 1914. — Auch als Anhang zu einem Vortrag von R. A. FESSENDEN: Long Distance Submarine Signaling by Dynamo Electric Machinery. Published by the Lawrence Scientific Association, June 1914. — [57] BLAKE, R. F.: Transact. Amer. Inst. Electr. Engrs. **33**, 1549 (1914); Proc. Amer. Inst. Electr. Engrs. **33**, 1569 (1914). — [58] Submarine Signal Company, DRP. 289 427 v. 23. 8. 1913. — [58a] FESSENDEN, R. A.: U. S. Patent 1 217 585 v. 2. 4. 1914. — [58b] Submarine Signal Company, DRP. 312 430 v. 12. 12. 1914. — [59] KING, L. V.: Nature **114**, 122 (1924). —

Der kürzlich aufgestellten Behauptung, das „Echolot“ sei rein deutsche Erfindung“ [90], kann offensichtlich beigeprüft werden.

Anmerkung bei der Korrektur:

In einer seeben erschienenen Monographie [103], die auch Beiträge über die Entwicklung des deutschen Funkmessens enthält, wird in einem von W. KUNZE verfaßten Aufsatz auch über deutsche Schallmeß- und Ortungsverfahren berichtet.



[60] Bureau Hydrographique International, Publ. Spec. No. 3, Monaco, (Okt. 1924). — [61] J. B.: Nature 115, 689 (1925). — [62] CURIE, P. und J. CURIE: Compt. Rend. Acad. Sci., Paris 91, 294 (1880) und 92, 186 (1881). — [63] Dictionary of National Biography 1931–1940, London, 1949, S. 771. — [64] WERTHEIM, W.: Ann. Chim. et Phys. (3) 23, 302 (1848); Ann. Phys. 77, 43 (1849). — [65] HORSTMANN, E.: 75 Fernsprecher in Deutschland, 1877–1952, Frankf./Main, 1952. — [66] JOULE, J. P.: Sturgeon's Ann. of Electricity 8, 219 (1842); Phil. Mag. (3) 30, 76 und 225 (1847). — [67] GARRETT, T. A. und W. LUCAS: Phil. Mag. (5) 44, 26 (1897). — [68] SMITH, F. J.: Phil. Mag. (5) 32, 383 (1891). — [69] KALISCHER, S.: Ann. Phys. 41, 484 (1890); Ann. Phys. 41, 756 (1890). — [70] PAGE, C. G.: Am. Journ. of Science and Arts (Silliman's Journ.) 32, 396 (1837). — [71] MCKEEHAN, L. W.: J. Frankl. Inst. 202, 737 (1926). — [71a] WOOD, R. W. und A. L. LOOMIS: Phil. Mag. (7) 4, 417 (1927). — [72] SPITZ, S. U.S. Patent 1 409 794 v. 31. 5. 1918. — [73] HAYES, H. C.: Proc. Amer. Phil. Soc. 59, 1 (1920). — [74] HAYES, H. C.: Proc. Amer. Phil. Soc. 59, 371 (1920). — [75] MAURER, H.: Ann. Hydrograph. 52, 75 (1924). — [76] HAYES, H. C.: Journ. Frankl. Inst. 197, 323 (1924). — [77] HAYES, H. C. Marine Review 52, 411 (1922). — [78] SOKOLOFF, S. J.: Elektr. Nachr. Techn. 6, 454 (1929). — [79] MÜHLHAUSER, O.: DRP 569 598 v. 10. 1. 1931. — [80] FIRESTONE, F. A.: Journ. Acoust. Soc. 17, 287 (1946). — [81] Hydrographic Review (Monaco) 1, (No. 1) 71 (1923). — [82] Bureau Hydrographique International, Spec. Pub. Nr. 33 'A Summary of Echo Sounding Apparatus', Monaco 1939. — [83] MARTI: Compt. Rend. Acad. Sci. Paris 168, 1100 (1919). — [84]

GALWAY, H.: Echo Sounding at Sea (British Practice), Lo. 1951. — [85] GERDIEN, H.: DRP 449 982 v. 19. 1. 1927 [86] GERDIEN, H.: DRP 464 516 v. 1. 3. 1927. — [87] W. A. B.: F. D. SMITH und J. A. McGEACHY: J. Inst. El. Engrs. 76, 550 (1935). — [88] MAURER, H.: Ann. Hydrograph. 59, 465 (1931). — [89] KUNZE, W.: VDI-Z. 77, (1933). — [90] VDI-Nachrichten 6, 3 (Nr. 6 v. 22. 3. 195 [91] STANNER, W.: Leitfaden der Funkortung, Garm. Partenkirchen, 1952. — [92] BRANDT, L.: Interavia 5, (1950). — [93] HOFFMANN-HEYDEN, A. E.: Interavia 623 (1951). — [94] HOLT, L. E.: Journ. Acoust. Soc. 2, 19, 678 (1947). — [95] FEDERICI, M.: Acustica Subac. ed. Ultrasuoni, Turin, 1947. — [96] KELLER, A. C.: Trans. Amer. Inst. Electr. Engrs. 66, 1217 (1947). — [97] KELLER, A. C.: Bell Laborat. Record 25, 55 (1947). — [98] GARRATT, T. A. und W. LUCAS: Brit. Patent 21 727 v. 14. 10. 1904. — [99] HAHNEMANN, W. und H. HECHT: Phys. Z. 21, 187 (1920). — [100] HODGSON: Echo Sounding and the Pelagic Fisheries shery Invest., Series II, Vol. 17, No. 4 (1950), London. (H. Min. of Agricult. and Fisheries). — [101] RUST, H. H.: Naturwissenschaften 23, 387 (1935). — [102] STROCKS, TH.: Naturwissenschaften 23, 383 (1935). — [103] Bücherei d. Funkortung (Hrsg. von L. BRANDT), Bd. 1; (Funk- und Schallortung in der Schifffahrt), Dortmund, 1953. — [104] VIGOUREUX, P. u. BOOTH: Quartz Vibrators and their Applications, London, 1953.

Dr. HANS HEINRICH RUST,  
Hamburg-Wandsbek 1, Lesserstr. 2  
Dipl.-Phys. HELMUT DRUBBA,  
Hamburg 21, Schrötteringsweg 9

## Buchbesprechungen.

Biezeno, C. B. u. R. Grammel: Technische Dynamik. 1. Band: Grundlagen und einzelne Maschinenteile. XII, 699 S. u. 413 Abb. u. 2 Anh. Ganzl. DM 66.—. — 2. Band: Dampfturbinen und Brennkraftmaschinen. VIII, 452 S. u. 315 Abb. Ganzl. DM 44.—. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1953.

Entsprechend dem ursprünglichen Sinn des Wortes „Dynamik“ behandeln die Verff. Dinge, die mit den Kräften in Beziehung stehen, und da außerdem der Stoff erst dort beginnt, wo die elementaren Darstellungen der technischen Mechanik — deren Kenntnis im übrigen vorausgesetzt wird — aufhören, könnte man den Inhalt der beiden Bände durch die üblichen Bezeichnungen „Höhere Theorie der Spannungen und Dehnungen im elastischen Bereich“ und „Höhere Dynamik“ erfassen. Das Werk wendet sich daher an den wissenschaftlich arbeitenden Ingenieur. Seine Benützung setzt an manchen Stellen weitgehende mathematische Kenntnisse voraus, die über den Rahmen dessen hinausgehen, was sich der Ingenieur üblicherweise an der Hochschule aneignen pflegt.

Der erste Abschnitt (*Grundlagen*) behandelt in vier Kapiteln: I. *Grundgesetze der Elastomechanik*. II. *Allgemeine Theoreme der Elastomechanik*. III. *Lösungsmethoden* (Rechenhilfsmittel, rechnerische Lösung von Randwertproblemen und Eigenwertproblemen, Diskontinuierliche Rechenmethoden, Methoden zur mechanischen Spannungsbestimmung, Seifenhautmethode, die elektrische und optische Methode). Die Gliederung des weiteren Stoffes erfolgt nach den technischen Anwendungsbereichen: In dem zweiten Abschnitt (*Einzelne Maschinenteile*) werden IV. *Stab und Welle*, V. *Feder und Ring*, VI. *Platte und Schale* sowie VII. *Ausweichprobleme* (d. s. Knick-, Kipp- und Durchschlagerscheinungen, Ausschereprobleme an den unter IV, V, und VI besprochenen Bauelementen) behandelt. Die im II. Band folgenden Abschnitte drei und vier befassen sich mit *Wärmekraftmaschinen*, nämlich Dampfturbinen: VIII. *Rotierende Scheiben*, IX. *Dampfturbinenschaufeln*, X. *Kritische Drehzahlen*, und Brennkraftmaschinen: XI. *Massenausgleich*, XII. *Leistungsausgleich* (Ein- und Mehrzylindermaschinen), XIII. *Dreherschwingungen*.

Gegenüber der ersten Auflage sind einzelne Abschnitte bearbeitet (V 34, VII 17–19, IX 12) und andere hinzugefügt worden. Diese behandeln: ein nichtlineares Elastizitätsgesetz für kleine Verzerrungen, die Schwarz-Templesche Einschlussung des tiefsten Eigenwertes, verschiedene Beispiele diskontinuierliche Rechenmethoden, Dehnungsmeßströme sowie weitere Fälle bei Platten und Schalenproblemen, unendliche Halbscheibe mit Randbelastung, die durch Lochrand belastete unendliche Platte, die zwei durchlochte Platte, die mittragende Breite eines periodisch durch Versteifungsringe verstärkten Zylinders, die Berechnung der Versteifungsringe, Scherprobleme bei Stäben, Wellen, Kreisplatten, Stabknickung durch Zugkräfte), die verschiedlich auf neuere Arbeiten der Verff. zurückgehen.

Wie man sieht, erstreckt sich der Inhalt über einen weiten Bereich der technischen Anwendungen. Mit Rücksicht auf die Benützer des Buches ist es aber nicht wie ein Lehrbuch bei dem sich ein Abschnitt auf den anderen systematisch baut, abgefaßt, sondern die einzelnen Kapitel sind nach der Ansicht der Verff. so gehalten, daß sie im wesentlichen für sich durchgearbeitet werden können. Die Rechnungen sind weitgehend entwickelt, an vielen Stellen bis zum zahlenmäßigen Ergebnis. Auch wo dies nicht geschehen ist, lassen sie sich leicht in die Praxis auch immer verlangt, ohne größeren Aufwand an Rechenarbeit; beigefügte Rechenformulare erleichtern außer die Anwendung einzelner Rechenverfahren.

Zusammenfassend ist zu sagen, daß jeder Theoretiker, sich mit den angeführten Problemen wissenschaftlich zu befassen hat, dieses umfangreiche Standardwerk der höheren technischen Mechanik als wesentliche Literatur heranziehen wird. Für den Praktiker und Experimentator läßt es sich als ein kleines Wunderschiff offen: Sie, die gewohnt sind, die Wirklichkeit als letzte entscheidende Instanz für die Wertung der praktischen Brauchbarkeit einer theoretischen Untersuchung anzusehen, möchten wünschen, daß die Verff. — wo immer es Ihnen an Hand ihres sicherlich zahlreichen Verfügung stehenden Materials möglich ist — einen Vergleich zwischen den theoretisch gewonnenen Ergebnissen mit Messungen angeben.

H. STEFANI